

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO – UFES

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL – PPGEC

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**ESTUDO DA ESTABILIDADE GLOBAL DE EDIFÍCIOS DE
MÚLTIPLOS ANDARES COM LAJES LISAS**

Leonardo Almeida Feitosa

Prof. Dr. Eng. Élcio Cassimiro Alves

Professor Orientador

VITÓRIA

ABRIL DE 2016

Leonardo Almeida Feitosa

**ESTUDO DA ESTABILIDADE GLOBAL DE EDIFÍCIOS DE
MÚLTIPLOS ANDARES COM LAJES LISAS**

Dissertação apresentada ao corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Espírito Santo para a obtenção do título de Mestre em Estruturas.

Prof. Dr. Élcio Cassimiro Alves

Prof. Dr. Macksuel Soares Azevedo

Prof. Dr. Flávia Ruschi Mendes de Oliveira

Prof. Dr. Roberto Chust Carvalho

Vitória, Abril de 2016

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
(Biblioteca Setorial Tecnológica,
Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

F311e Feitosa, Leonardo Almeida, 1988-
 Estudo da estabilidade global de edifícios de múltiplos
 andares com lajes lisas / Leonardo Almeida Feitosa. – 2016.
 182 f. : il.

 Orientador: Élcio Cassimiro Alves.
 Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade
 Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

 1. Engenharia de estruturas. 2. Interação solo-estrutura. 3.
 Teoria das estruturas. 4. Sistema CAD/TQS. 5. Rigidez
 transversal à flexão das lajes. 6. Efeitos de segunda ordem
 (Engenharia). I. Alves, Élcio Cassimiro. II. Universidade Federal
 do Espírito Santo. Centro Tecnológico. III. Título.

CDU: 624

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho àqueles que detêm meu amor incondicional. Meus pais Altamiro e Nilza e meu filho João Guilherme.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, que sempre me incentivaram nos estudos, e me deram condições emocionais e financeiras para que eu pudesse concluir minha graduação e pós-graduação. Pela compreensão e respeito à minhas horas de estudo ao longo da minha vida acadêmica.

Agradeço aos meus amigos e familiares pelo apoio e ajuda ao longo desses anos de pós-graduação, e pela compreensão da minha ausência em alguns momentos. Em especial àqueles que contribuíram diretamente para este trabalho: Vivian da Costa, Fernanda Guzzo, Vinícius Passos, Tiago Altoé, Diogo Folador, Felipe Coelho, Leonardo Casati.

Agradeço a TQS Informática LTDA e toda sua equipe, em especial a Cida Covas, Nelson Covas, Guilherme, Cesar Bandiera, no auxílio do uso do programa e pela disponibilização da licença do SISE.

Agradeço aos meus professores pelos conhecimentos transmitidos em toda a minha vida acadêmica. Em especial à: Professora Oswaldina, Olga Tovar, Magno Branco, Gabriel Lavagnolli, Luiz Herkenhoff Coelho, Walnório Graça Ferreira, Fernando Musso, Lorenzo Luchi, Rômulo Castelo, Adenílcia Fernanda Calenzani, Pedro Augusto Cezar Oliveira de Sá.

Ao professor Élcio Cassimiro Alves, por todo o incentivo ao estudo da engenharia estrutural, além da consideração, disponibilidade e respeito que teve por mim desde o primeiro momento. Pela orientação neste projeto e por todos os valiosos conhecimentos transmitidos ao longo deste período, sou eternamente grato.

Leonardo Almeida Feitosa

“Um especialista é aquele que comete todos os erros que podem ser cometidos em um campo muito restrito” (Niels H. David “Bohr”)

RESUMO

A tendência de edificações cada vez mais altas e esbeltas associadas ao uso de lajes lisas (sem vigas) leva a uma dificuldade em se garantir a estabilidade global da edificação e o respeito aos deslocamentos horizontais limites indicados pelo ABNT NBR 6118:2014. Assim, buscou-se nesta dissertação estudar e apresentar os principais conceitos relacionados com a estabilidade global de estruturas de concreto, além de analisar a influencia de critérios e parâmetros de cálculo tais como: a variação da espessura das lajes, pilares-paredes e núcleos rígidos, a contribuição da rigidez dos elementos estruturais, a consideração da rigidez à flexão transversal das lajes, a interação solo-estrutura, e outros, na estabilidade global deste tipo de edificação.

Para tanto, utilizou-se o programa de análise estrutural CAD/TQS na elaboração de modelos de edifícios assimétricos com arquitetura idealizada para fins residenciais. Variando-se os critérios e parâmetros citados, entre outros, analisou-se a influencia desses na estabilidade global da estrutura a partir de uma comparação direta dos valores dos parâmetros de instabilidade gama z (e outros) e dos deslocamentos horizontais da estrutura.

Verificou-se que a consideração da rigidez à flexão transversal das lajes desempenha papel importante na estabilização de edificações sem vigas. Adicionalmente, a consideração da interação solo-estrutura na análise deste tipo de edifício, torna a estrutura razoavelmente flexível impondo dificuldades ao atendimento dos limites de deslocamentos horizontais indicados pela ABNT NBR 6118:2014 e conseqüentemente à estabilidade global. Levanta-se ainda a hipótese de se revisar o valor coeficiente que simula a não linearidade física das lajes lisas, em particular as lajes protendidas, em virtude do menor nível de fissuração que estas apresentam dada a presença de armaduras ativas e passivas.

Palavras-chave: CAD/TQS; Núcleos Rígidos estruturais; Rigidez à flexão transversal das lajes; Interação solo-estrutura; Teoria de 2º Ordem.

ABSTRACT

The trend of building increasingly tall and slender associated with the use of flat slabs (no beams) leads to a difficulty in ensuring the overall stability of the building and respect for horizontal displacements limited by NBR 6118:2014. Thus, we sought in this dissertation, study and present the main concepts related to the overall stability of concrete structures, and analyze the influence of criteria and calculation of parameters such as the variation of the thickness of the slabs, pillars, rigid cores, rigidity of the contribution of the structural elements, consideration of bending stiffness transverse of slabs, the soil-structure iteration, and others in the global stability of this type of building.

For this, we used the structural analysis program CAD/TQS in developing models of asymmetric buildings with idealized architecture for residential purposes. Varying the criteria and parameters mentioned, among others, we analyzed the influence of these on the overall stability of the structure from a direct comparison of the values of parameters instability GamaZ (and others) and horizontal displacements of the structure.

It was found that the consideration of the transverse bending stiffness of the slabs plays an important role in stabilizing buildings without beams. In addition, consideration of soil-structure iteration in the analysis of this type of building, makes fairly flexible structure imposing difficulties to meeting the limits of horizontal displacements indicated by NBR 6118: 2014 and consequently to global stability. It rises the chance to review the coefficient value that simulates the non linearity of flat slabs, in particular prestressed slabs, due to the lower level of cracking that these have given the presence of active and passive armor.

Keywords: CAD/TQS; Structural rigid cores; Stiffness to transverse bending of the slabs; soil-structure interaction; Theory Order of 2°.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Barra rígida articulada.....	21
Figura 2 - Giro da barra rígida	21
Figura 3 - Gráfico da equação (2.2)	22
Figura 4 – Caminhos ou trajetórias do equilíbrio	23
Figura 5 - Gráfico da equação (2.9)	26
Figura 6 - Regiões de equilíbrio estável – Sobreposição das equações (2.2) e (2.9).....	27
Figura 7 - Barra comprimida axialmente – Problema de Euler	28
Figura 8 - Possíveis formas da linha elástica da barra comprimida axialmente	30
Figura 9 - Barra flexível comprimida axialmente	31
Figura 10 - Diagrama de Tensão x Deformação	38
Figura 11 – Tensão na seção transversal de barras flexíveis	39
Figura 12 - Diagrama de Deformação & Tensão - Módulo Reduzido & Tensão.....	42
Figura 13 - Módulo Reduzido versus Tensão.....	43
Figura 14 - Hipérbole de Euler - Diagrama de Tensão versus Índice de Esbeltez	44
Figura 15 - Posições de equilíbrio	45
Figura 16 - Perda de estabilidade pelo método dinâmico	47
Figura 17 - Barra com carregamento excêntrico	48
Figura 18 - Problema de ponto limite com reversão	53
Figura 19 - Barra reta de material linear elástico engastada na base	55
Figura 20 – Efeitos adicionais de 2ª Ordem	56
Figura 21 - Efeito de 2º Ordem localizado.....	57
Figura 22 - Imperfeições geométricas globais.....	60
Figura 23 - Imperfeições geométricas locais	61
Figura 24 - Isopletas da velocidade básica do vento.....	63
Figura 25 - Coeficiente de arrasto para vento de baixa turbulência	65
Figura 26 - Coeficiente de arrasto para vento de alta turbulência	66
Figura 27 - Elemento fissurado por flexão.....	68
Figura 28 - Diagrama Momento x Curvatura da seção central de uma viga bi-apoiada	71
Figura 29 - Sistema discreto e sistema contínuo idealizado	79
Figura 30 - Rigidez equivalente de pórticos	82
Figura 31 - Determinação do momento final M_2	84

Figura 32 - Coluna Engastada na base	86
Figura 33 - Esforços e Flecha de 1º Ordem	87
Figura 34 - Valores de Cálculo	88
Figura 35 - Flecha para rigidez reduzida	89
Figura 36 - Coluna engastada na base com carga horizontal revista.....	91
Figura 37 - Coluna engastada na base com carga vertical revista.....	92
Figura 38 - Deslocamento relativo entre pavimentos	98
Figura 39 - Determinação das forças horizontais fictícias	98
Figura 40 - Deslocamento Horizontal Δ_1	100
Figura 41 - Núcleos rígidos em planta.....	104
Figura 42 - Sistema de contraventamento por núcleo rígido - Paredes cisalhantes	105
Figura 43 - Restrição ao empenamento do núcleo rígido.....	106
Figura 44 - Núcleo rígido e pórtico	107
Figura 45 - Núcleo rígido em planta com pilares-parede.....	108
Figura 46 - Gráfico esquemático de tipos de estrutura em função do número de andares	109
Figura 47 - Gráfico esquemático de tipos de estrutura em função do número de andares	110
Figura 48 - Layout arquitetônico.....	118
Figura 49 - Planta baixa do pavimento tipo H/4 – Estrutural	119
Figura 50 - Corte esquemático - Edifício H/4.....	120
Figura 51 - Corte esquemático - Edifício H/6.....	121
Figura 52 - Ligação viga-pilar flexibilizada	128
Figura 53 - Diagrama de momento de edifício com e sem a consideração dos efeitos construtivos	129
Figura 54 - Edição dos coef. de não linearidade física para elementos protendidos	132
Figura 55 - Modelo esquemático - Pórtico espacial apoiado em molas	132
Figura 56 - Métodos para a determinação da capacidade de carga do sistema estaca-solo.....	134
Figura 57 - Métodos para determinação da capacidade de carga; Cálculo de recalque vertical e transferência axial de carregamento estaca-solo.....	135
Figura 58 - Modelos para o diagrama de força normal da estaca em função da profundidade.	135

Figura 59 - Fluxograma geral de processamento e transferência de dados.	136
Figura 60 - Representação das estacas.....	137
Figura 61 - Critério de redução de cargas acidentais para cálculo do γ_z	142
Figura 62 - Critério de plastificação sobre pilares	152
Figura 63 - Planta baixa do pav. tipo - MOD0111	158
Figura 64 - Planta baixa do pav. tipo - MOD0200	160
Figura 65 - Planta baixa do pav. tipo - MOD0205	166
Figura 66 - Barra flexível comprimida axialmente	176

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Resumo das possíveis formas de perda de equilíbrio das barras	53
Tabela 2 - Cargas distribuídas por área	122
Tabela 3 - Descrição dos parâmetros dos modelos propostos – 1ª Série	124
Tabela 4 - Descrição dos parâmetros dos modelos propostos – 2ª Série	125
Tabela 5 - Valores do coeficiente de proporcionalidade m para solos arenosos.....	138
Tabela 6 - Valores do coeficiente de proporcionalidade m para solos argilosos	138
Tabela 7 - Resultado do modelo MOD0100	140
Tabela 8 - Resultado do modelo MOD0101	142
Tabela 9 - Resultado do modelo MOD0102	143
Tabela 10 - Resultado do modelo MOD0103	145
Tabela 11 - Resultado do modelo MOD0104	146
Tabela 12 - Resultado do modelo MOD0105	147
Tabela 13 - Resultado do modelo MOD0106	148
Tabela 14 - Resultado do modelo MOD0106-A.....	149
Tabela 15 - Resultado do modelo MOD0107	150
Tabela 16 - Resultado do modelo MOD0108	153
Tabela 17 - Resultado do modelo MOD0109	154
Tabela 18 - Resultado do modelo MOD0110	156
Tabela 19 - Resultado do modelo MOD0111	157
Tabela 20 - Resultado do modelo MOD0200	159
Tabela 21 - Resultado do modelo MOD0201	161
Tabela 22 - Resultado do modelo MOD0202	162
Tabela 23 - Resultado do modelo MOD0203	163
Tabela 24 - Resultado do modelo MOD0204	164
Tabela 25 - Resultado do modelo MOD0205	165

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIações

Δ	Varição / Deflexão lateral
α	Variável genérica / Coeficiente de instabilidade
ε	Deformação
θ	Ângulo de desaprumo
λ	Índice de esbeltez
ξ	Parâmetro adimensional
ρ	Curvatura
σ	Tensão
ϕ	Ângulo de giro de barra genérica
A	Área
E	Módulo de elasticidade
F	Força
H	Altura/Altura do Edifício
I	Módulo de inércia
K	Rigidez
L	Comprimento
M	Momento fletor
N	Carga normal
P	Carga pontual
U	Energia potencial
d	Altura útil
e	Excentricidade
f	Flecha
h	Horizontal/Altura do pé-direito do pavimento
i	Raio de giração
m	Metros
r	Raio
s	Comprimento de arco
v	Vertical
x,y,z	Coordenadas cartesianas
x',y',z'	Derivadas de 1ª ordem das coordenadas cartesianas
x'',y'',z''	Derivadas de 2ª ordem das coordenadas cartesianas
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	American Concrete Institute
CAD/TQS	Programa comercial para projetos de concreto armado, protendido e alvenaria estrutural
CEB/FIP	Comité Euro-Internacional du Béton – Fédération Internationale de La Précontrainte
ELS	Estado Limite de Serviço

ELU	Estado Limite Último
EI	Rigidez
ISE	Iteração Solo-Estrutura
NLF	Não linearidade física
NLG	Não linearidade geométrica
P-Δ	Metodologia para determinação de esforços de 2ª ordem
cm	Centímetros
f_{ck}	Resistência característica do concreto
f_y	Tensão limite de Escoamento do Aço
γ_z	Coeficiente de instabilidade e majoração dos esforços globais de 1ª Ordem
γ_f	Coeficiente de ponderação das ações

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	OBJETIVO	17
1.2	ESCOPO DO TRABALHO	18
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	20
2.1	ESTABILIDADE	20
2.1.1	Problemas de Instabilidade	27
2.1.2	Instabilidade em Barras Fexíveis	30
2.1.3	Estabilidade em Barras com Deformações Plásticas	36
2.1.4	Outras Considerações Sobre Perda de Estabilidade	44
2.1.5	Compressão Excêntrica em Barras	48
2.1.6	Problema de Instabilidade por Bifurcação do Equilíbrio	50
2.1.7	Problema de 2ª Ordem e Problema do Ponto Limite.....	51
2.2	EFEITOS DE 2ª ORDEM	54
2.2.1	Ações Horizontais	58
2.3	ANÁLISE NÃO-LINEAR.....	67
2.3.1	Não Linearidade Física (NLF)	67
2.3.2	Não Linearidade Geométrica (NLG).....	75
2.4	ESTABILIDADE GLOBAL	76
2.4.1	Parâmetro de Instabilidade Alfa	77
2.4.2	Gama Z (γ_z)	83
2.4.3	Fatores que Influenciam na Estabilidade Global	90
2.5	DETERMINAÇÃO DOS MOMENTOS De 2ª ORDEM GLOBAIS	94
2.5.1	Método Exato	95
2.5.2	Método P- Δ	96
2.5.3	Método Simplificado	102

2.6 SISTEMA DE CONTRAVENTAMENTO	103
2.6.1 Núcleo Rígido.....	104
2.6.2 Núcleo Rígido e Pórticos.....	107
2.6.3 Núcleo Rígido e Paredes Estruturais	107
2.7 ITERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA	110
3 METODOLOGIA E DESCRIÇÃO DOS MODELOS	115
3.1 DESCRIÇÃO DOS MODELOS.....	117
3.2 PARÂMETROS E CRITÉRIOS DO PROGRAMA.....	125
4 RESULTADOS E ANÁLISE DOS MODELOS.....	140
4.1 PRIMEIRA SÉRIE DE MODELOS.....	140
4.2 SEGUNDA SÉRIE DE MODELOS	159
5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA PESQUISAS FUTURAS	167
5.1 CONCLUSÕES.....	167
5.2 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS	170
6 REFERÊNCIAS E BIBLIOGRAFIA CONSULTADA	172
ANEXO A	176
ANEXO B	178
ANEXO C	179
ANEXO D	180

1 INTRODUÇÃO

A análise da estabilidade global de edificações é tema de estudo de diversos autores nacionais e internacionais, e esta linha de pesquisa vem sendo muito explorada nas últimas décadas, provendo aos engenheiros projetistas ferramentas úteis para a análise da estabilidade, tais como, métodos numéricos iterativos do tipo P-Delta aprimorados, parâmetros de instabilidade, um maior entendimento e alternativas para as considerações das imperfeições físicas e geométricas dos materiais e estruturas, com grande influência na estabilidade global, entre outros. Essas teorias e outras são previstas na principal norma de dimensionamento de estruturas de concreto armado e protendido, a ABNT NBR 6118:2014 - Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimentos.

A boa aceitação pelo mercado, em particular o mercado capixaba, do uso das lajes protendidas na construção de edificações, aliada à necessidade de se construir edifícios cada vez mais altos e esbeltos, justifica o estudo de estruturas com essas características. Tais edificações apresentam vantagens como: a facilidade na execução de formas, possibilitando inclusive o uso de formas e escoramentos industrializados, a flexibilidade arquitetônica que a ausência de vigas permite, melhor aproveitamento dos materiais aço e concreto, ganhos de produtividade e tempo de execução, este último sendo um fator muito relevante do ponto de vista do mercado, entre outros.

Entretanto um dos fatores mais vantajosos dessas estruturas, que é a ausência de vigas, leva a mesma a apresentar uma desvantagem importante, a redução da rigidez quanto aos deslocamentos horizontais e a questionamentos quanto à estabilidade global da estrutura. Neste tipo de edificação, o principal sistema de contraventamento utilizado consiste em pilares-paredes em formato de “U” ou “L” locados na região das escadas e caixas dos elevadores. Tais elementos apresentam grande rigidez, e quando aliados aos demais pilares, garantem a estabilidade global do edifício.

Embora os pilares e os núcleos rígidos (pilares paredes da região dos elevadores e escadas) sejam os elementos de contraventamento mais notáveis de uma edificação sem vigas, alguns autores incluem as lajes como elementos resistentes aos esforços horizontais, e a consideração da rigidez à flexão transversal das lajes como um parametro relevante para a estabilidade da estrutura.

Outra questão relevante no estudo da estabilidade global de edifícios é a análise integrada da supraestrutura e da infraestrutura, a chamanda análise da iteração solo-estrutura. Considerar o pórtico espacial apoiado em “molas” fictícias que simulam a rigidez do solo, ao invés de apoios engastados, leva a deslocamentos horizontais e consequentemente a efeitos de 2° Ordem maiores.

1.1 OBJETIVO

O objetivo desta dissertação é apresentar os principais conceitos teóricos a respeito da estabilidade global de estruturas e em particular de edifícios de concreto. Estudar a influencia de alguns dos critérios e parâmetros de cálculo mais relevantes para a estabilidade global de edifícios de múltiplos andares formados exclusivamente por lajes lisas, utilizados nos modelos computacionais usualmente implementados nos escritórios de projetos estruturais do Brasil.

Para tanto, será utilizado nesta dissertação o programa de análise estrutural CAD/TQS versão 17.12. Este programa analisa a estrutura por meio de um pórtico tridimensional de barras que simulam os elementos estruturais que compõem a edificação; vigas, pilares, núcleos rígidos e lajes, sendo este último modelado por grelhas de barras.

O programa executa uma análise não linear geométrica a partir de um método iterativo do tipo P-Delta, considera as não linearidades físicas dos elementos estruturais a partir de coeficientes de redução, conforme previsto na ABNT NBR 6118:2014, além de calcular os parâmetros de instabilidade previstos na referida norma. Permite a modelagem de lajes protendidas, de pilares com seções transversais quaisquer, e apresenta o recurso de análise considerando a iteração

solo-estrutura, entre outros recursos que serão apresentados ao longo da dissertação.

Particularmente na versão 17, o programa CAD/TQS dispõe do recurso de considerar as lajes como parte integrante do pórtico espacial, de maneira que as lajes passam a resistir à parte dos esforços horizontais decorrentes do vento. Isto é, há a possibilidade de se considerar a rigidez à flexão transversal das lajes na análise da estabilidade global da estrutura.

A partir da alteração individual de alguns critérios e parâmetros de modelagem tais como: velocidade característica do vento, rigidez das ligações entre vigas e pilares, espessura das lajes, espessura dos núcleos rígidos, altura do pé-direito dos pavimentos tipo, coeficiente redutor de inércia para consideração da não linearidade física dos elementos, rigidez das ligações entre lajes e pilares, consideração da rigidez à flexão transversal das lajes e a consideração da iteração solo-estrutura, buscou-se analisar a influência de tais parâmetros na estabilidade global da edificação a partir de uma comparação direta dos valores do parâmetro de instabilidade Gama Z e Alfa. Além de outros dois parâmetros de instabilidade disponíveis no programa, assim como dos deslocamentos horizontais de cada modelo considerado.

1.2 ESCOPO DO TRABALHO

No capítulo 2 são apresentados os conceitos fundamentais relacionados à estabilidade e instabilidade de barras, problemas de instabilidade, análise de 2ª Ordem, não linearidade física e geométrica incluindo recomendações normativas. Os principais conceitos a respeito da estabilidade global de estruturas de concreto tais como uma descrição dos parâmetros de instabilidade, gama z e alfa; uma breve descrição sobre o método iterativo de determinação dos esforços de 2ª Ordem P-Delta; fatores que influenciam na estabilidade da estrutura e uma descrição do conceito da iteração solo-estrutura e suas principais implicações na análise estrutural.

No capítulo 3 é apresentada uma descrição dos modelos utilizados na dissertação, além dos principais critérios e módulos de cálculo do programa de cálculo estrutural CAD/TQS.

No capítulo 4 são apresentados os resultados dos modelos além de uma análise destes resultados.

No capítulo 5 são apresentadas as conclusões do estudo e recomendações para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 ESTABILIDADE

Segundo Feodosiev (1977), dado um sistema mecânico, denomina-se estabilidade a propriedade do sistema de manter o seu estado de equilíbrio mediante a aplicação de uma força externa. Caso contrário ele é dito instável. Quando um sistema instável sofre uma perturbação externa (força externa), diz-se então que houve a perda de estabilidade por parte deste.

Um sistema que perde a estabilidade pode apresentar diversos tipos de comportamento, sendo o mais comum, a ocorrência de grandes deslocamentos com o surgimento de deformações plásticas ou a ruptura do material. No caso de corpos elásticos, o fenômeno da perda de estabilidade numa barra comprimida axialmente, é o exemplo mais simples que se pode analisar.

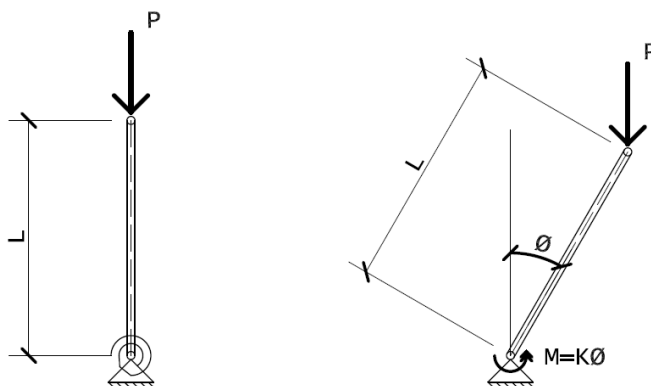
Para a análise da estabilidade, adota-se um sistema de cálculo que quanto mais próximo de um sistema ideal for, mais simples será sua análise. Ao se aplicar uma perturbação externa no sistema, sendo esta perturbação, não só pequena, mas menor que qualquer valor pequeno fixado previamente, se depois de eliminada a perturbação o sistema retornar ao estado inicial de equilíbrio, este é dito estável. As forças de inércia que surgem durante o movimento do sistema não são levadas em consideração (FÉODOSIEV, 1977).

Tal método permite determinar, para a grande maioria dos casos de sistemas elásticos, a intensidade das forças externas necessárias para tornar instável o estado de equilíbrio estável. Sendo tais forças denominadas forças críticas.

Considere o sistema indicado na Figura 1, onde uma barra rígida, perfeitamente retilínea, fixada em sua extremidade inferior a uma articulação e uma mola elástica, tem uma carga P aplicada em sua extremidade superior sem excentricidades (pêndulo invertido). Considere ainda que a mola apresenta comportamento linear,

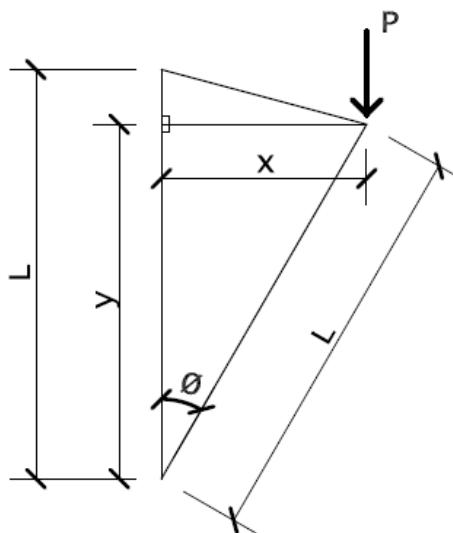
isto é, quando a barra gira de um ângulo ϕ , na articulação surge um momento igual à $K\phi$, onde K é a rigidez da mola.

Figura 1 - Barra rígida articulada
Fonte: Adaptado de Féodosiev (1977)



Intuitivamente sabe-se que, para uma carga P suficientemente grande ou quando a altura da barra alcança certo limite, o estado de equilíbrio da barra torna-se instável, isto é, mesmo para um ângulo de giro pequeno, a mola não seria capaz de restabelecer a barra à sua posição vertical inicial, em outras palavras, ao estado de equilíbrio inicial da barra. Aplicando-se o método descrito acima, considere uma perturbação externa atuando na barra, que provoque o giro de um ângulo pequeno ϕ (Figura 2), tal perturbação é uma espécie de prova para se verificar a estabilidade do sistema.

Figura 2 - Giro da barra rígida
Fonte: Autor



$$\begin{cases} \sin \phi = \frac{x}{L} \Rightarrow x = L \sin \phi \\ \cos \phi = \frac{y}{L} \Rightarrow y = L \cos \phi \end{cases} \quad (2.1)$$

Igualando-se os momentos no apoio (condição de equilíbrio estático do sistema):

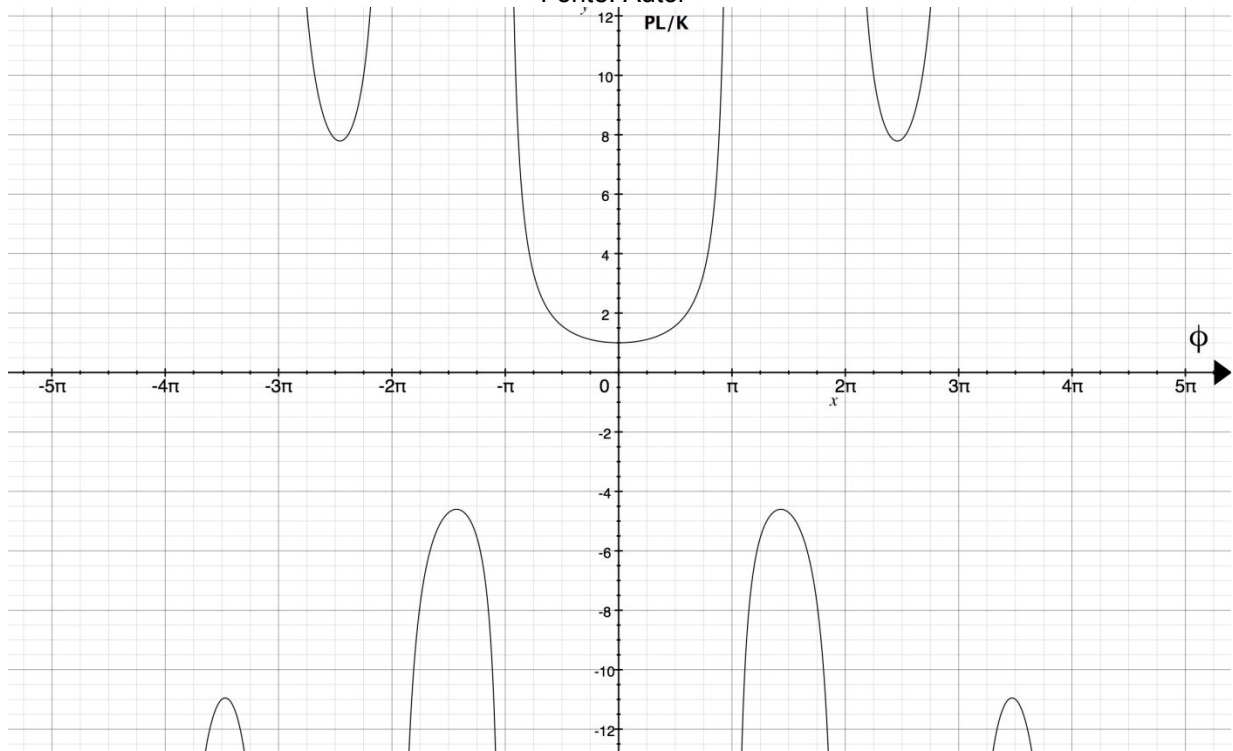
$$M = K\phi \Rightarrow Px = K\phi \Rightarrow PL \sin \phi = K\phi$$

$$\frac{PL}{K} = \frac{\phi}{\sin \phi} \quad (2.2)$$

Traçando o gráfico desta equação, adotando-se o eixo das abcissas como PL/K e o eixo das ordenadas como ϕ , obtém-se o gráfico mostrado na Figura 3. Observa-se que para ϕ igual à zero, a equação (2.2) é satisfeita para qualquer valor de carga P . Logo, o eixo das ordenadas, pertence ao gráfico em questão.

Figura 3 - Gráfico da equação (2.2)

Fonte: Autor

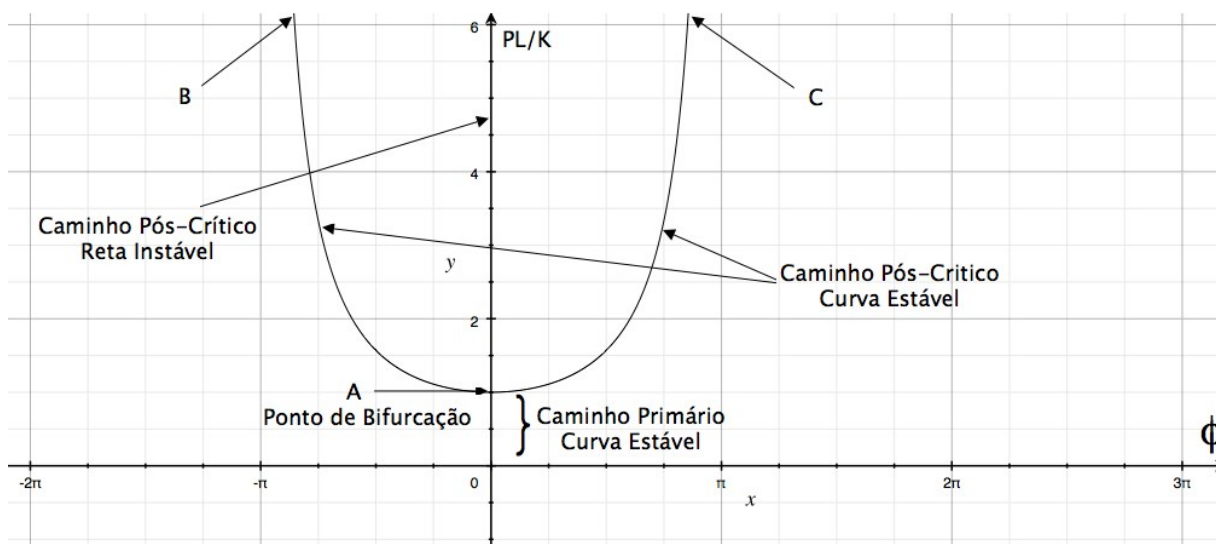


A equação (2.2) é válida enquanto a mola continuar com característica linear. Para valores múltiplos de π , o seno do ângulo é zero e o gráfico apresenta uma descontinuidade. O valor da expressão PL/K tende para o infinito à medida que o

ângulo tende para π e seus múltiplos inteiros, sendo L e K grandezas finitas e constantes (geometria e material respectivamente), conclui-se que a carga P é quem tende para o infinito.

Tomando o intervalo entre $-\pi$ à $+\pi$, observa-se que para valores de PL/K menores que a unidade, a barra mantém sua forma reta. A partir do ponto “A”, mostrado na Figura 4, denominado ponto de bifurcação, a barra pode apresentar-se em dois estados de equilíbrio, uma forma reta instável e uma forma flexionada estável.

Figura 4 – Caminhos ou trajetórias do equilíbrio
Fonte: Autor



O valor de P no ponto de bifurcação (Ponto A) será:

$$P = \frac{K}{L} \quad (2.3)$$

Esta força, ou parâmetro, que corresponde ao ponto de mudança do equilíbrio estável para o instável, é denominado de valor crítico, ou no caso específico, força crítica. Observa-se que além da força axial, outros parâmetros como, a propriedade elástica do material (comportamento linear da mola) e propriedades geométricas (comprimento e retilidade da barra) fazem parte do sistema e influenciam na determinação de sua situação de equilíbrio.

Ao se analisar um sistema estrutural, dispõe-se de um conjunto de parâmetros, e para a determinação do comportamento global do sistema e identificação dos possíveis fenômenos de instabilidade, deve-se estudar como as configurações de equilíbrio do sistema variam à medida que se varia cada um dos parâmetros. Obtém-se assim, os chamados caminhos ou trajetórias de equilíbrio. Ao longo desta trajetória, os pontos ou valores que remetem a uma mudança no tipo de equilíbrio do sistema são os mais relevantes e chamados de pontos críticos (FERREIRA, SILVEIRA e NETO, 2006). Os pontos críticos podem ser denotados como pontos de bifurcação ou pontos limites, dependendo da mudança de configuração que representam. Em síntese, pontos de bifurcação são pontos de mudança brusca na trajetória de equilíbrio. Já os pontos limites, correspondem a valores máximos ou mínimos de carga ou deslocamento ao longo da trajetória de equilíbrio.

O ramo da curva no gráfico da Figura 4, onde os valores de P são menores que K/L é chamado de “caminho primário”, e para valores de P maiores que K/L é chamado de “caminho secundário” ou “caminho pós-crítico”.

Da Mecânica dos Corpos Sólidos, sabe-se que o critério básico da estabilidade e instabilidade é a condição de mínimo e de máximo da energia potencial do sistema. Este critério pode ser aplicado em relação aos sistemas elásticos, sendo considerada a energia potencial de deformação. Neste caso, a energia potencial de deformação do sistema é composta das parcelas: da energia potencial da carga $P_y = PL \cos(\phi)$ (ver Figura 2), e da energia potencial de deformação da mola, igual à $1/2 K \phi^2$ (FÉODOSIEV, 1977). Assim,

$$U = \frac{1}{2} K \phi^2 + PL \cos \phi \quad (2.4)$$

Derivando a expressão em ϕ , tem-se;

$$\frac{dU}{d\phi} = K\phi - PL \sin \phi \quad (2.5)$$

Igualando-se esta expressão à zero, obtém-se a mesma equação de equilíbrio (2.2). Observa-se então que a posição de equilíbrio é determinada pelo extremo da

energia potencial. Resta determinar quais pontos na curva são os pontos de máximo e mínimo da função.

Para tanto, deriva-se novamente em ϕ , obtendo-se;

$$\frac{d^2 U}{d\phi^2} = K - PL \cos \phi \quad (2.6)$$

Sendo a condição de estabilidade o ponto de mínimo da função, obtém-se a desigualdade:

$$K - PL \cos \phi > 0 \quad (2.7)$$

Analisando novamente a posição vertical da barra, para ϕ igual à zero, tem-se:

$$P < \frac{K}{L} \quad (2.8)$$

Isto é, para valores de P menores que K/L a barra encontra-se em equilíbrio estável. E para P maior que K/L a posição vertical da barra encontra-se em equilíbrio instável.

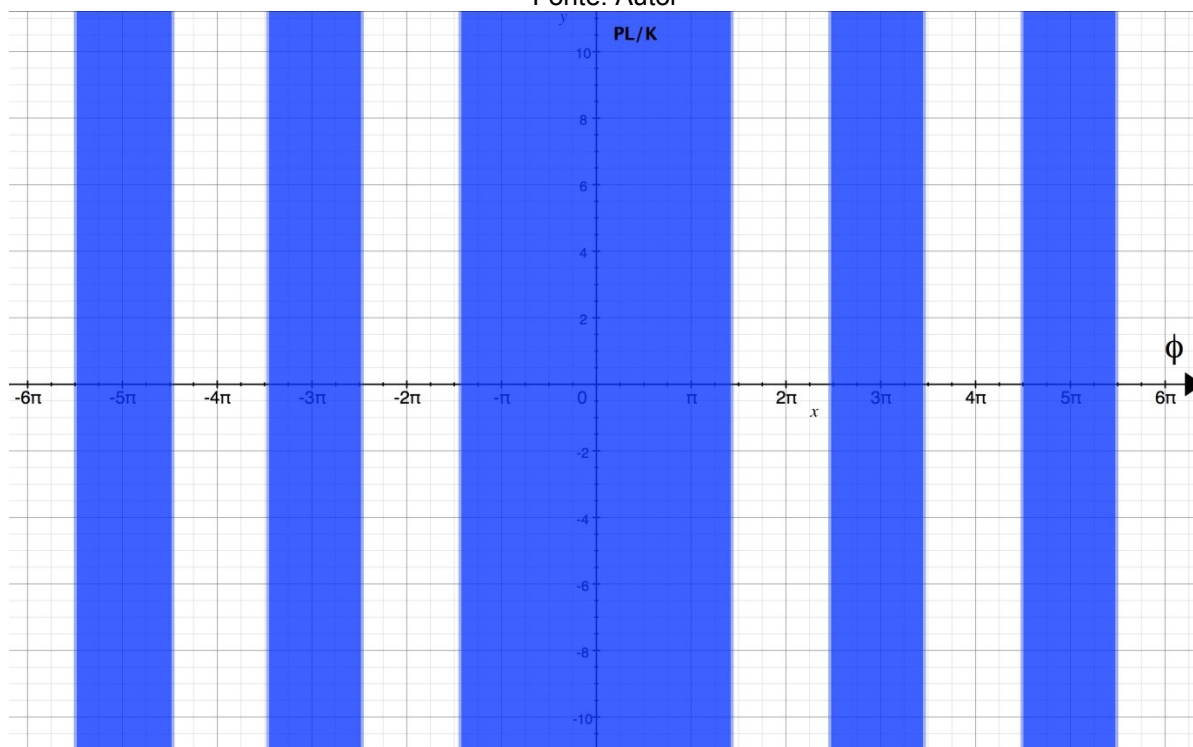
Para valores de ϕ diferentes de zero, substituindo a equação (2.2) em (2.7) obtém-se:

$$\frac{\sin \phi}{\phi} > \cos \phi \quad (2.9)$$

Traçando o gráfico da equação (2.9), obtém-se o gráfico mostrado na Figura 5:

Figura 5 - Gráfico da equação (2.9)

Fonte: Autor

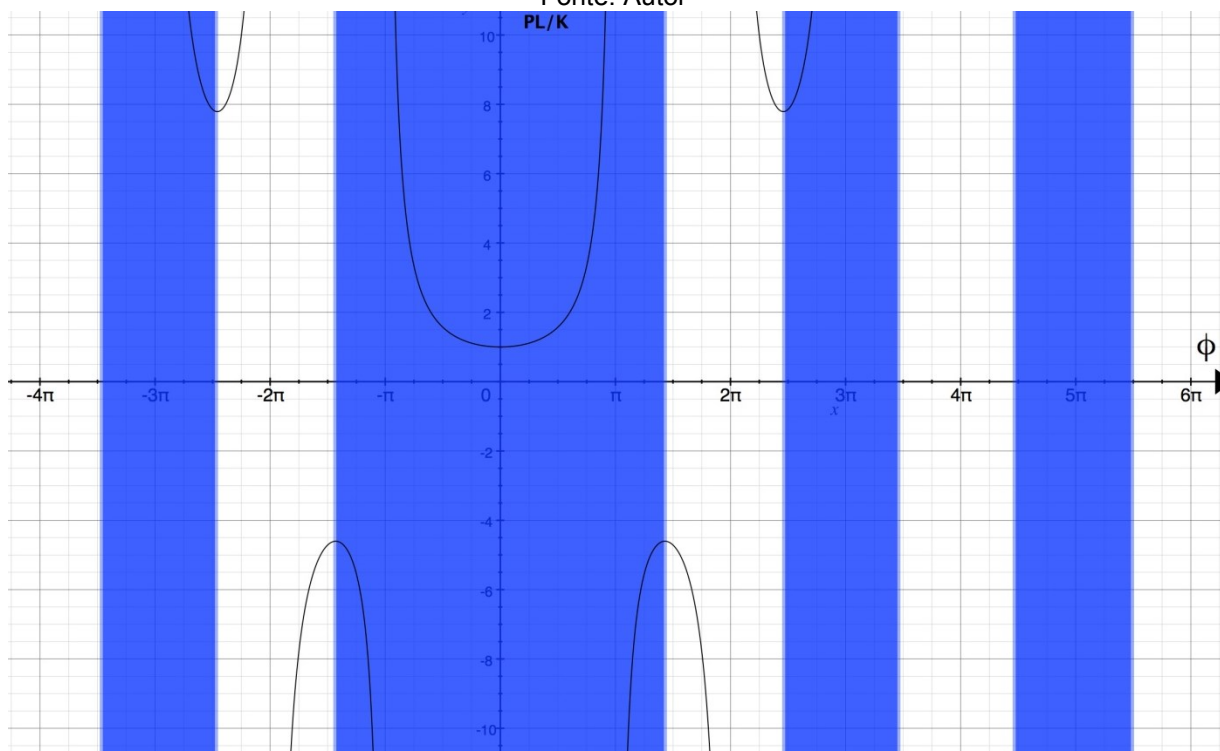


Nas regiões destacadas em azul a desigualdade é verdadeira. Observa-se que no intervalo de $-\pi$ à $+\pi$, a desigualdade também é verdadeira, e o ramo da curva BAC, mostrado na Figura 4, está contido na região correspondente ao equilíbrio estável, isto é, a barra flexionada encontra-se em equilíbrio estável.

Em seguida são plotados os gráficos das equações (2.2) e (2.9) em um mesmo quadro (Figura 6). Ressalta-se que todos os ramos da curva da equação (2.2) contidos nas regiões destacadas são possíveis posições de equilíbrio estável para a barra.

Figura 6 - Regiões de equilíbrio estável – Sobreposição das equações (2.2) e (2.9)

Fonte: Autor



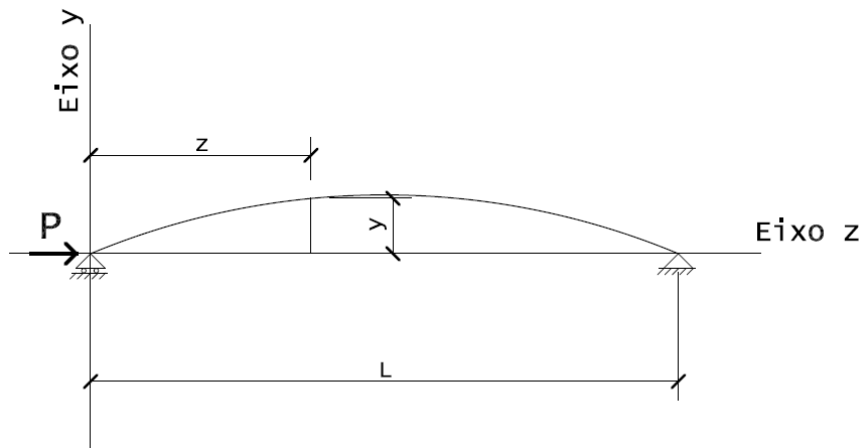
Da análise energética, conclui-se que, a carga que corresponde à condição de bifurcação das formas do equilíbrio é realmente a carga crítica, observação esta que pode ser tomada como regra com raras exceções (FÉODOSIEV, 1977).

2.1.1 Problemas de Instabilidade

O estudo da instabilidade de estruturas têm seus primeiros relatos em meados do século XVIII, quando o matemático Leonhard Euler (1707-1783) analisou barras de material assumidos lineares, esbeltos e carregados axialmente. Euler concluiu que existia uma força específica que marcava a separação entre uma configuração estável para uma instável (FÉODOSIEV, 1977).

Considere o sistema idealizado por Euler, onde uma barra perfeitamente retilínea, formada de material homogêneo de comportamento linear é carregada axialmente sem excentricidades por uma carga P , como na Figura 7.

Figura 7 - Barra comprimida axialmente – Problema de Euler
Fonte: Autor



Supõe-se que em decorrência de uma pequena perturbação externa, não importando o tipo ou natureza desta, a barra sofreu certa flexão. Sejam z e y as coordenadas dos pontos da linha elástica da barra. Assumido que as flechas são pequenas, tem-se:

$$EIy'' = M \quad (2.10)$$

O plano de flexão da barra coincide com o plano de rigidez mínima e, portanto, entende-se por I o momento mínimo de inércia da seção transversal da barra. O momento de flexão M que atua no ponto analisado é $M=Py$. Adotando como positivo o momento que aumenta a curvatura da barra, observa-se da Figura 7 que, para y positivo a curvatura da barra é negativa e o momento M está orientado de tal forma a torná-la ainda mais negativa, portanto:

$$EIy'' = -Py \quad (2.11)$$

Seja,

$$\frac{P}{EI} = K^2 \quad (2.12)$$

Substituindo a equação (2.12) na equação (2.11) tem-se:

$$\frac{d^2y}{dz^2} + K^2y = 0 \quad (2.13)$$

A solução desta equação diferencial linear homogênea de 2ª Ordem tem a forma:

$$y = C_1 \sin Kz - C_2 \cos Kz \quad (2.14)$$

Onde C_1 e C_2 são constantes de integração determinadas a partir das condições de contorno do problema. Para z igual à zero, y também é igual à zero, de onde se deduz que C_2 é igual à zero. Para z igual à L , y é igual à zero, assim:

$$C_1 \sin KL = 0 \quad (2.15)$$

Esta equação apresenta duas possíveis soluções:

- $C_1 = 0$ assim, $C_1 = C_2 = 0$ e os deslocamentos de y tornam-se identidades em zero e a barra apresenta a forma retilínea.
- $\sin (KL)$ igual à zero.

Neste segundo caso, tem-se:

$$KL = \pi n \quad (2.16)$$

Onde n é um número inteiro qualquer. Tomando a equação (2.12), chega-se a expressão:

$$P = \frac{\pi^2 n^2 EI}{L^2}$$

O valor mínimo de P diferente de zero, corresponde a n igual à unidade. Assim,

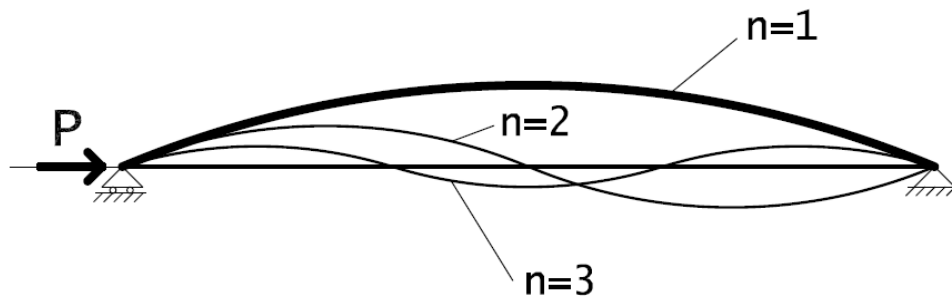
$$P = P_{crit} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (2.17)$$

Onde P_{crit} é a primeira força crítica ou força de Euler. Observa-se que, para n igual à unidade a equação da linha elástica adquire a forma de uma semionda senoidal (Figura 8), com a flecha máxima igual à C_1 .

$$KL = \pi \cdot 1 \rightarrow K = \frac{\pi}{L}$$

$$y = C_1 \sin \frac{\pi z}{L} \quad (2.18)$$

Figura 8 - Possíveis formas da linha elástica da barra comprimida axialmente
Fonte: Autor



Observa-se ainda que, a equação da linha elástica da barra é indeterminada em C_1 , pois ao se admitir flechas pequenas, houve uma linearização da expressão que descreve o fenômeno, e conseqüentemente a perda de informações sobre este. A equação precisa da linha elástica é:

$$EI \frac{1}{\rho} = \frac{EI y''}{[1 + y'^2]^{3/2}} = -Py \quad (2.19)$$

Ocorre que, quando a força P é superior à crítica, os deslocamentos crescem a ponto de não ser mais razoável desprezar o valor de y'^2 , como feito anteriormente.

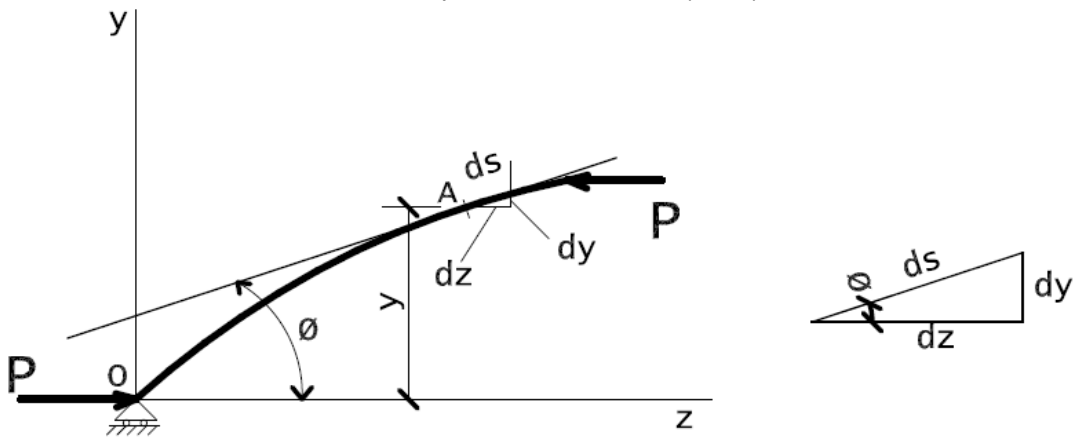
2.1.2 Instabilidade em Barras Fexíveis

Considere agora uma barra bastante fina, onde as tensões nela não ultrapassam o limite de proporcionalidade do material mesmo no caso de flexão grande, isto é,

admite-se que o material ainda obedeça a Lei de Hooke. Barras com tais características são denominadas de barras flexíveis (FÉODOSIEV, 1977).

Analisa-se o comportamento da barra flexível, comprimida por uma força longitudinal P (Figura 9), tal como na seção 2.1.1, sem admitir, no entanto, que o valor das flechas seja pequeno.

Figura 9 - Barra flexível comprimida axialmente
Fonte: Adaptado de Féodosiev (1977)



A equação da linha elástica desta barra será:

$$\frac{EI}{\rho} = M = -Py \quad (2.20)$$

Seja,

$$K^2 = \frac{P}{EI} \quad (2.21)$$

Obtém-se a expressão da linha elástica em função da curvatura ρ e do parâmetro K .

$$\frac{1}{\rho} + K^2 y = 0 \quad (2.22)$$

Por conveniência, adota-se como variável independente o comprimento do arco “s”, em detrimento de z como feito anteriormente. Assim a curvatura será:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\phi}{ds} \quad (2.23)$$

Onde ϕ é o ângulo de inclinação da tangente à linha elástica no ponto analisado. Substituindo a equação (2.23) em (2.22) e derivando-se em s , obtém-se:

$$\frac{d^2\phi}{ds^2} = -K^2 \frac{dy}{ds} \quad (2.24)$$

Assim, após algum esforço algébrico (ver dedução da equação (2.25) no Anexo A), obtém-se:

$$\left(\frac{d\phi}{ds}\right)^2 = 4K^2 \left[m^2 - \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right) \right] \quad (2.25)$$

Onde m é uma constante arbitrária. Lançando mão de um artifício algébrico, considere:

$$\sin\left(\frac{\phi}{2}\right) = -m \sin(\alpha) \quad (2.26)$$

Substituindo (2.26) em (2.25), obtém-se:

$$\frac{d\phi}{ds} = 2Km \cos \alpha \quad (2.27)$$

Resta eliminar a derivada para que se possa escrever as expressões em função da variável independente adotada, “ s ”. Novamente, após algum esforço algébrico (ver dedução da equação (2.28) no Anexo B):

$$Ks = \int_{\alpha_0}^{\alpha} -\frac{d\alpha}{\sqrt{1 - m^2 \sin^2 \alpha}} \quad (2.28)$$

Onde α_0 é o valor da função α para a variável independente, no caso “ s ”, igual à zero. Para “ s ” igual à zero, o momento de flexão e a curvatura da barra ($d\phi/ds$) também são iguais à zero (ver Figura 9), assim da equação (2.27) obtém-se:

$$\frac{d\phi}{ds} = 0 = 2Km \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = 0 \Rightarrow \alpha_0 = \frac{\pi}{2}$$

Pode-se rescrever a integral da equação (2.28) da seguinte forma:

$$Ks = \int_0^{\pi/2} \frac{d\alpha}{\sqrt{1 - m^2 \sin^2 \alpha}} - \int_0^{\alpha} \frac{d\alpha}{\sqrt{1 - m^2 \sin^2 \alpha}} \quad (2.29)$$

A integral da equação (2.29) é uma integral elíptica do primeiro gênero. Para sua resolução são utilizadas tabelas com os valores das integrais em função do limite superior, no caso a função α , e do módulo da integral m .

Dada às condições de simetria do sistema proposto, no ponto médio da barra, isto é, para “s” igual à $L/2$, o ângulo ϕ deve ser igual à zero. Assim, pela equação (2.26) a função α reduz-se à zero, e o segundo termo do lado direito da equação (2.29) se anula neste ponto, ficando:

$$K \frac{L}{2} = \int_0^{\pi/2} \frac{d\alpha}{\sqrt{1 - m^2 \sin^2 \alpha}} \quad (2.30)$$

Para m igual à zero, a integral da equação (2.30) apresenta seu valor mínimo, assim o parâmetro K deve ser maior que:

$$K \frac{L}{2} = \int_0^{\pi/2} \frac{d\alpha}{\sqrt{1 - 0^2 \sin^2 \alpha}} = \int_0^{\pi/2} \frac{d\alpha}{1} \geq \frac{\pi}{2}$$

$$K \frac{L}{2} \geq \frac{\pi}{2}$$

Obtém-se daí, de acordo com a equação (2.21) o valor da primeira força crítica.

$$P_{crit} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (2.31)$$

Assim, para que possa existir uma forma de equilíbrio da barra com o eixo encurvado, é preciso que a força P seja maior que a primeira força crítica. Observa-

se que, num primeiro momento tomou-se como formato da curvatura da barra uma semionda, o que se levou a deduzir que para “s” igual à L/2 o ângulo de inclinação da tangente da linha elástica é igual à zero. No entanto, deve-se ressaltar que este formato para a curvatura da barra não é o único possível. Por exemplo, admitindo-se que a barra encurva-se como duas semiondas, então o ângulo ϕ será igual à zero, por uma questão de simetria (ver Figura 8), para s igual à L/4.

Neste caso, a integral da equação (2.30) torna-se:

$$K \frac{L}{4} = \int_0^{\pi/2} \frac{d\alpha}{\sqrt{1 - m^2 \sin^2 \alpha}} \quad (2.32)$$

E para essa igualdade ser verdadeira, quando m é igual à zero, tem-se:

$$K \frac{L}{4} = \int_0^{\pi/2} \frac{d\alpha}{\sqrt{1 - 0^2 \sin^2 \alpha}} = \int_0^{\pi/2} \frac{d\alpha}{1} \geq \frac{\pi}{2}$$

$$K \frac{L}{4} \geq \frac{\pi}{2}$$

$$P_{crit} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2} \quad (2.33)$$

Este resultado pode ser interpretado da seguinte forma; Enquanto a carga P for inferior à primeira força crítica ($P_{crit} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$), existirá uma única forma de equilíbrio para a barra com o eixo reto. Para P maior que a primeira força crítica, o eixo curva-se segundo uma semionda. Quando P for maior que a segunda força crítica ($P_{crit} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2}$) deve haver três possíveis formas de equilíbrio para a barra: uma reta, uma semionda e o eixo curvando-se segundo duas semiondas. Estendendo-se a n-ésima força crítica, tem-se:

$$P_{crit} = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2} \quad (2.34)$$

Ressalta-se, sem mais deduções que, quando a força solicitante axial for inferior à primeira força crítica, a única forma de equilíbrio estável é com o eixo reto. Quando a força P for maior que a primeira força crítica, a única forma estável será com o eixo encurvado com formato de semionda. Todas as demais formas de equilíbrio são instáveis. Por fim, na prática, importa apenas a primeira força crítica (FÉODOSIEV, 1977).

Com respeito aos deslocamentos que surgem numa barra flexível, têm-se da Figura 9, que:

$$\begin{cases} dz = \cos \phi \, ds \\ dy = \sin \phi \, ds \end{cases} \quad (2.35)$$

Rescrevendo em função de $\phi/2$:

$$\begin{cases} dz = \left(1 - 2\sin^2 \phi/2\right) ds = 2 \left(1 - \sin^2 \phi/2\right) ds - ds \\ dy = 2\sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\phi}{2} ds \end{cases}$$

Substituindo nas equações (2.26) e (6.5) (ver Anexo B), e isolando dz e dy , obtêm-se:

$$\begin{cases} dz = -\frac{2}{K} \sqrt{1 - m^2 \sin^2 \alpha} \, d\alpha - ds \\ dy = \frac{2m}{K} \sin \alpha \, d\alpha \end{cases}$$

Integrando-se a expressão e tendo em mente que α_0 é igual à $\pi/2$, obtêm-se as expressões para as coordenadas de um ponto qualquer da linha elástica:

$$\begin{cases} z = \frac{2}{K} \left[\int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - m^2 \sin^2 \alpha} \, d\alpha - \int_0^{\alpha} \sqrt{1 - m^2 \sin^2 \alpha} \, d\alpha \right] - s \\ y = \frac{2m}{K} \cos \alpha \end{cases} \quad (2.36)$$

Esta integral é uma integral elíptica do segundo gênero, ou espécie. A equação (2.36) é a forma paramétrica da equação da linha elástica da barra flexível. Por fim, observa-se que, no que diz respeito aos deslocamentos, o comportamento do sistema no estado pós-crítico somente pode ser analisado utilizando-se das equações não lineares. No entanto, para a determinação das forças críticas, os resultados obtidos são os mesmos que aqueles obtidos considerando-se as flechas pequenas. Assim sendo, para a determinação das forças críticas de um sistema elástico, utilizar-se das equações linearizadas é suficiente para se obter resultados precisos (FÉODOSIEV, 1977).

2.1.3 Estabilidade em Barras com Deformações Plásticas

Nas análises anteriores, admitiu-se que o material das barras não sofria deformações plásticas. Tal hipótese se apoia na premissa de barras relativamente longas e finas, cujas tensões de compressão correspondentes às cargas críticas, são menores que o limite de proporcionalidade (Regime Elástico do Material).

No caso de barras mais curtas ou mais rígidas, surgem tensões superiores ao limite de proporcionalidade para forças menores que a força crítica, isto é, na fase de compressão simples da barra, antes da perda de estabilidade.

Assim, embora o comportamento relacionado ao fenômeno da perda de estabilidade ainda aconteça, as expressões e análises segundo Euler se modificam, uma vez que a premissa de material elástico não é mais válida.

Considere a equação (2.34), para a primeira da carga crítica ($n=1$),

$$P_{crit} = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2} = \frac{\pi^2 EI}{L_{equiv}^2} \quad (2.37)$$

Onde L_{equiv} é o comprimento equivalente da barra que depende de suas condições de apoio. A tensão na seção transversal da barra para a carga crítica será:

$$\sigma_{crit} = \frac{P_{crit}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{AL_{equiv}^2} = \frac{\pi^2 E i^2}{L_{equiv}^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (2.38)$$

Onde “i” é o raio de giração da seção transversal.

$$i^2 = \frac{I}{A} \quad (2.39)$$

E λ é o índice de esbeltez da barra.

$$\lambda = \frac{L_{equiv}}{i} \quad (2.40)$$

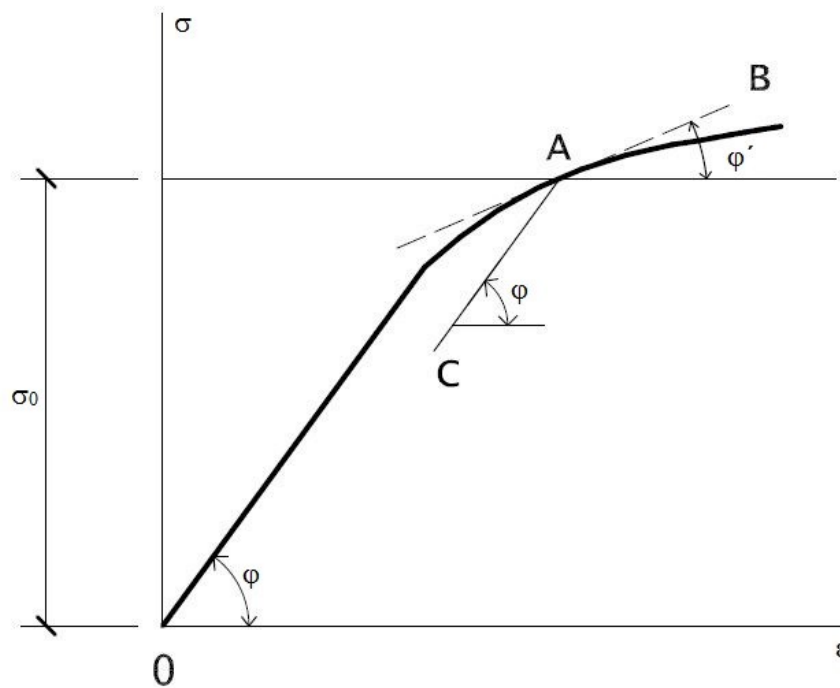
Observa-se que a tensão crítica cresce à medida que o índice de esbeltez diminui (barra menos flexível). Ademais, a equação (2.38) não é mais válida quando a tensão crítica for maior que a tensão de proporcionalidade do material σ_p . Da equação (2.38), obtém-se que:

$$\lambda_{lim} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_p}} \quad (2.41)$$

Onde λ_{lim} é o índice de esbeltez limite para o qual a fórmula de Euler é válida, ou ainda, para λ menor que λ_{lim} a equação (2.37) não é mais válida, pois neste caso a tensão atuante será maior que σ_p e menor que σ_{crit} , isto é, a seção transversal plastifica antes da perda de estabilidade da barra, alterando o módulo de elasticidade do material.

Considere uma força longitudinal de compressão atuante numa barra, que gere uma tensão σ_0 , como mostrado na Figura 10.

Figura 10 - Diagrama de Tensão x Deformação
Fonte: Adaptado de Féodosiev (1977)



Se a barra está flexionada, então a tensão na seção transversal varia um pouco ao longo desta. Nomeia-se esta variação de $\Delta\sigma$. Na parte côncava da barra, as tensões de compressão aumentam, e a relação entre a tensão e deformação desta região de carga adicional é representada pela reta tangente (Reta AB) no ponto $\sigma_0 + \Delta\sigma$, no diagrama de compressão da barra (Figura 10). Sendo $\Delta\sigma$ um valor pequeno, tem-se:

$$\Delta\sigma = E'\Delta\varepsilon \quad (2.42)$$

Onde $\Delta\varepsilon$ é a variação da deformação e E' é o módulo de elasticidade local (tangente do ângulo φ') que depende da tensão σ_0 e do comportamento do material. Na região de descarregamento da seção transversal, a tensão atuante é menor que σ_0 , assim para uma variação de tensão infinitesimal, tem-se:

$$\Delta\sigma = E\Delta\varepsilon \quad (2.43)$$

Onde E é o módulo de elasticidade da barra (tangente do ângulo φ).

Admitindo-se a hipótese de que as seções planas permanecem planas após a flexão, pode-se afirmar que:

$$\Delta\varepsilon = \frac{y}{\rho} \quad (2.44)$$

Onde y é a distância de uma fibra qualquer até a linha neutra da seção transversal e ρ é a curvatura da barra. Ademais, se a curvatura da barra é pequena, então a força normal na seção transversal permanece constante. Assim,

$$\begin{cases} \Delta\sigma = E \frac{y}{\rho} \\ \Delta\sigma = E \frac{y}{\rho} \end{cases} \quad (2.45)$$

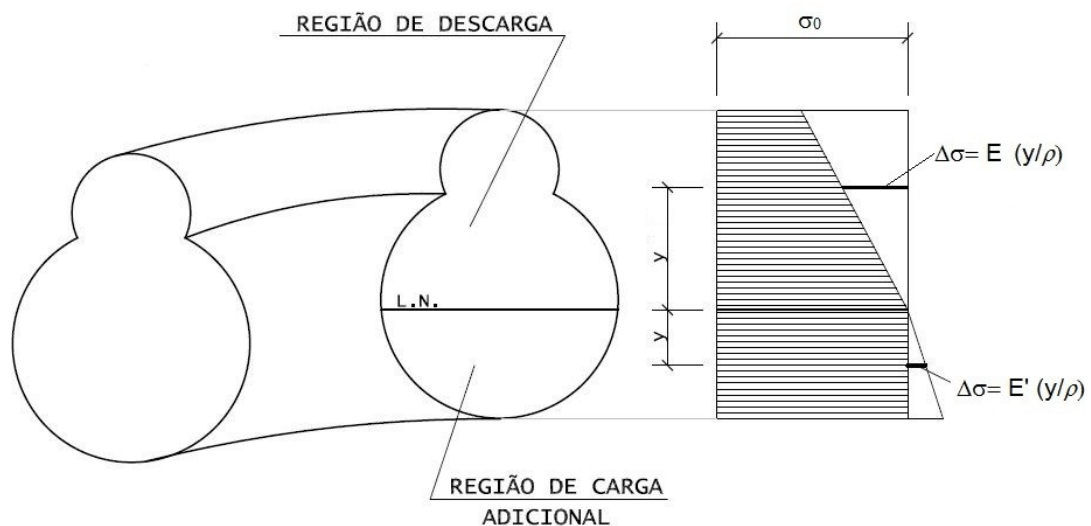
$$\Delta P = \int_A \Delta\sigma dA = 0 \therefore \int_A E \frac{y}{\rho} dA = \int_A E \frac{y}{\rho} dA$$

Obtém-se assim,

$$E S_1 = E S_2 \quad (2.46)$$

Onde S_1 e S_2 são os momentos estáticos das regiões de descarga e acréscimo de carga (Figura 11) relativa à linha neutra da seção.

Figura 11 – Tensão na seção transversal de barras flexíveis
Fonte: Autor



Calculando o momento de tensões adicionais,

$$\Delta M = \int_A \Delta \sigma y dA = \frac{1}{\rho} (I_1 E' + I_2 E)$$

Onde I_1 e I_2 são os momentos de inércia das regiões de carga e descarga adicional em relação à linha neutra da seção transversal. Rescrevendo a expressão de ΔM :

$$\Delta M = \frac{E_{red} I}{\rho} \quad (2.47)$$

Sendo I o momento de inércia de toda a seção relativa ao eixo central e E_{red} é o chamando Módulo de Elasticidade Reduzido.

$$E_{red} = \frac{I_1 E' + I_2 E}{I} \quad (2.48)$$

Observa-se que quando a barra se deforma elasticamente, a linha neutra coincide com a linha central, pois há somente um valor para o módulo de elasticidade. Assim, I_1 mais I_2 é igual à I e E_{red} igual à E . Logo, uma barra com comportamento elástico pode ser entendida como um caso particular da expressão (2.48).

Para o caso particular de uma barra de seção retangular, o Módulo de Elasticidade Reduzido é dado por:

$$E_{red} = \frac{4E'E}{(\sqrt{E} + \sqrt{E'})^2} \quad (2.49)$$

Analisando a equação (2.47), observa-se que a diferença entre esta e a equação da curvatura para barras que trabalham dentro do regime elástico é exatamente o módulo de elasticidade reduzido. De uma maneira geral, as expressões obtidas anteriormente para as cargas críticas permanecem as mesmas, substituindo-se, é claro, o módulo de elasticidade do material pelo equivalente módulo reduzido. Assim, a equação (2.37) pode ser rescrita na forma:

$$P_{crit} = \frac{\pi^2 E_{red} I}{L_{equiv}^2} \quad (2.50)$$

Obtendo-se então, a equação transcendental (2.51), pois, E_{red} é função de E' , que por sua vez é função de σ_{crit} .

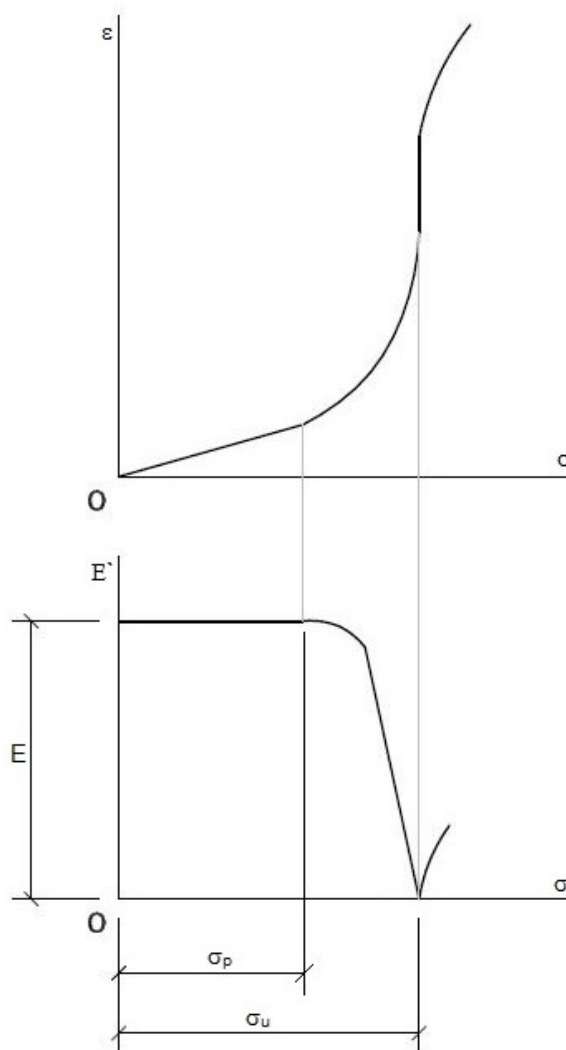
$$\sigma_{crit} = \frac{\pi^2 E_{red}}{\lambda^2} \quad (2.51)$$

Considere um material com platô de escoamento bem definido, o módulo de elasticidade local E' será igual ao módulo de elasticidade E , para uma tensão σ menor que σ_p (tensão do limite de proporcionalidade ou do limite do regime elástico). Para $\sigma_p < \sigma < \sigma_u$ (tensão de escoamento do material), E' é uma função de σ ,

$$E' = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = f(\sigma) \quad (2.52)$$

Para σ igual à σ_u o módulo de elasticidade é zero. Plotando-se o diagrama de Tensão *versus* Deformação do material e de E' *versus* Tensão (σ) (Figura 12), têm-se:

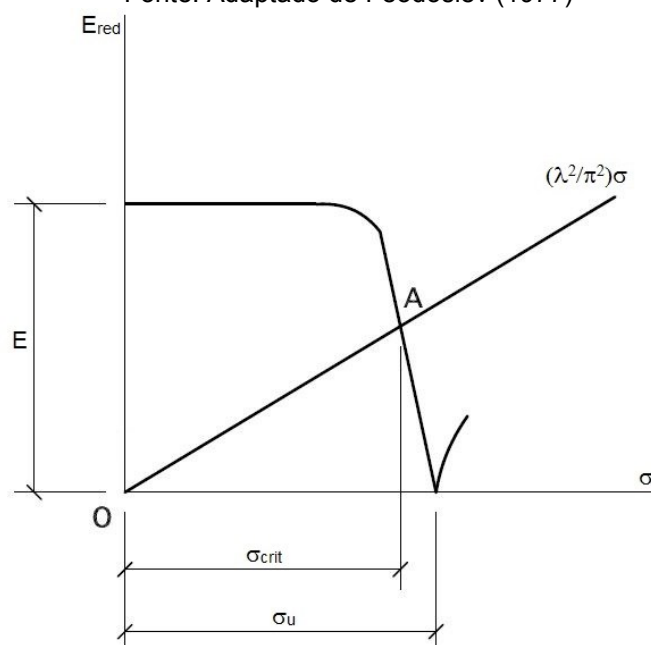
Figura 12 - Diagrama de Deformação & Tensão - Módulo Reduzido & Tensão
 Fonte: Adaptado de Féodosiev (1977)



Por conveniência o diagrama foi plotado com os eixos invertidos. Rescrevendo (2.51) e isolando E_{red} pode-se plotar o gráfico da Figura 13:

$$\sigma_{crit} \frac{\pi^2}{\lambda^2} = E_{red} = f(\sigma) \quad (2.53)$$

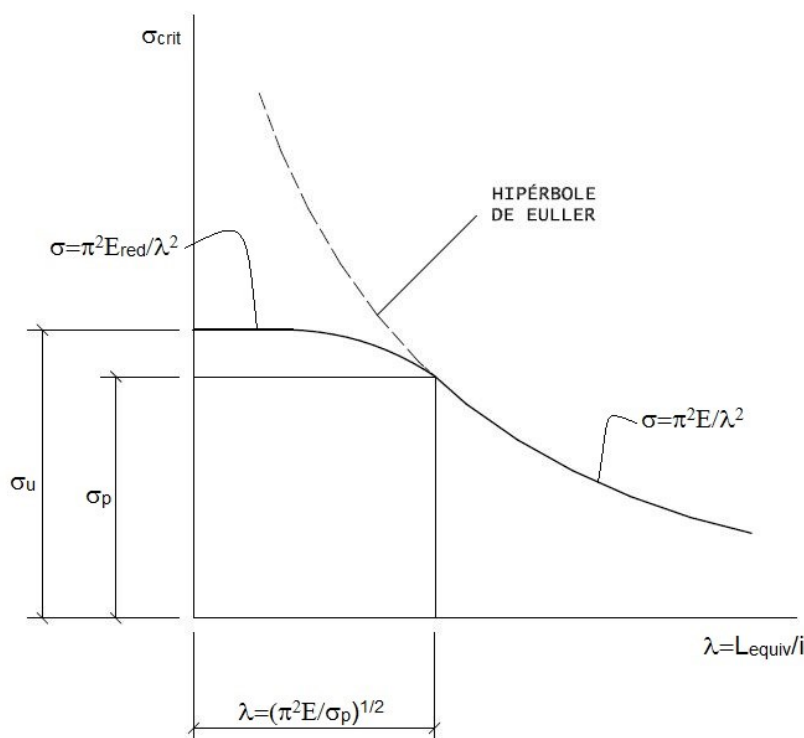
Figura 13 - Módulo Reduzido versus Tensão
 Fonte: Adaptado de Féodosiev (1977)



A abscissa do ponto de interseção (ponto A) desta reta com a curva $E_{red} = f(\sigma)$ é igual ao valor da tensão crítica. A inclinação da reta varia em função da esbelteza da barra. Quando a esbelteza diminui, o ponto A desloca-se para baixo até o limite (caso de barra muito curta) $\sigma_{crit} = \sigma_u$. Neste caso, não há que se falar em perda de estabilidade, e a análise limita-se a verificação da compressão da barra e de seu limite de escoamento. No caso de barras flexíveis, retornam-se as premissas anteriores, onde E_{red} é igual à E , e a barra trabalha dentro dos limites de deformação elástica, onde o estado crítico pode ser determinado a partir das formulações de Euler (FÉODOSIEV, 1977).

Na Figura 14, é mostrado o gráfico da relação entre a Tensão Crítica e o Índice de Esbelteza. A parte direita do gráfico é plotada a partir da equação (2.38), e representa os materiais que trabalham dentro do regime elástico. A parte esquerda do gráfico é plotada a partir da equação transcendental (2.51), representando os materiais que apresentam seção transversal parcialmente plastificada. Tal gráfico é denominado de Hipérbole de Euler. O Índice de Esbelteza Limite, calculado para uma tensão igual à tensão limite de proporcionalidade elástica (σ_p) é o ponto de interseção das duas curvas.

Figura 14 - Hipérbole de Euler - Diagrama de Tensão versus Índice de Esbeltez
 Fonte: Adaptação de Féodosiev (1977)



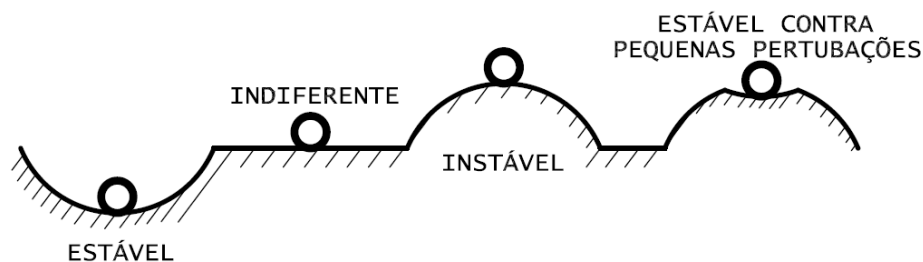
2.1.4 Outras Considerações Sobre Perda de Estabilidade

Dentre as premissas de cálculo consideradas nas análises anteriores sobre a estabilidade de sistemas elásticos, a mais importante delas é a consideração de que as perturbações atuantes nos sistemas são pequenas. Definiu-se como posição de equilíbrio estável para um sistema aquele em que, quando o sistema é submetido a uma pequena perturbação externa, ao se retirar tal perturbação, este retorna ao seu estado de equilíbrio inicial. Caso contrário, diz-se que a posição de equilíbrio do sistema é instável.

Ocorre que, a perturbação dita pequena pode ser tão pequena quanto possível, em outras palavras, uma perturbação infinitesimal. Assim sendo, tais análises e suas formulações não são aplicáveis, a princípio, no caso de perturbações mais energéticas, isto é, grandes perturbações. Neste caso a análise da estabilidade é denominada “Análise da estabilidade no caso de grandes deformações”. É fácil de concluir que um sistema estável a grandes perturbações também é estável no caso de pequenas. No entanto, a afirmação contrária não é verdadeira.

Uma ilustração do caso pode ser apresentada com o exemplo das esferas sobre superfícies curvas, como mostrado na Figura 15. Outro exemplo de sistema elástico que pode manter a estabilidade no caso de perturbações pequenas e não pode mantê-la no caso de grandes perturbações, é o pilar de extremidades planas comprimido entre duas lajes. Ademais, a análise da estabilidade dos sistemas elásticos no caso de grandes perturbações é muito mais complexa que no caso de pequenas perturbações, sendo que nesses casos, a solução dos problemas reduz-se, por via de regra, a uma análise de equações não lineares.

Figura 15 - Posições de equilíbrio
Fonte: Autor



Outro caso de posição de equilíbrio estável possível é o denominado equilíbrio indiferente ou equilíbrio neutro (Figura 15). Observa-se que, para a esfera apoiada sobre a superfície reta, uma perturbação externa atuando sob esta não a retira de sua situação de equilíbrio. Analisando do ponto de vista energético, uma vez perturbada a esfera, o centro de massa desta permanece no mesmo nível, de modo que a variação da energia potencial é nula ($\Delta U=0$).

É possível sintetizar os critérios de estabilidade de um corpo rígido de acordo com o ponto de vista da análise adotada; Critério Estático onde é analisado o equilíbrio de forças e momentos ou o Critério Energético onde é analisada a variação da energia potencial total do sistema. Segundo Ferreira *et al.* (2006):

- *Critério Estático: Estabelecem-se as equações de equilíbrio estático para o sistema sujeita a pequena perturbação em relação ao estado inicial de equilíbrio e verifica-se a tendência das forças resultantes em restaurar ou não o sistema ao seu estado inicial de equilíbrio. Se a tendência é para restituir o*

sistema perturbado ao seu estado inicial, diz-se que o equilíbrio é estável.

- *Critério Energético: Admitindo-se que o sistema é conservativo e que a energia potencial total é uma função contínua das coordenadas generalizadas, o sistema será estável se o incremento na energia potencial total devido a um campo de deslocamento adicional suficientemente pequeno e cinematicamente admissível for positivo definido, ou seja, a energia potencial total é mínima. O sistema será instável se esse incremento for negativo. (FERREIRA, SILVEIRA e NETO, 2006)*

Considere ainda, outra premissa de cálculo das análises anteriores, a hipótese sobre a irrelevância das forças de inércia que surgem durante o movimento do sistema. Como consequência desta hipótese, a análise da estabilidade das formas de equilíbrio fica limitada a uma análise estática, que por vezes é denominada de Método Estático.

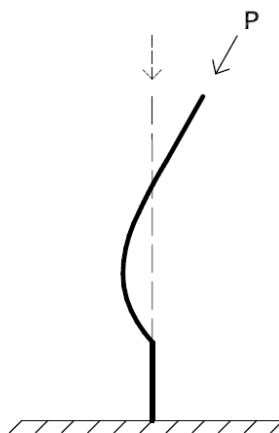
Há, no entanto, o denominado Método Dinâmico, onde o estudo da estabilidade se desenvolve analisando as leis de movimento do sistema submetido a um impulso que o desvia de sua posição inicial. Se o movimento do sistema se desenvolve de maneira que a posição inicial do equilíbrio se restabelece, então esta posição é dita estável.

Ocorre que, para a maioria dos problemas práticos, os métodos estáticos e dinâmicos são equivalentes e fornecem os mesmos valores para cargas críticas. No entanto, em casos particulares, a análise de um sistema pelo método estático não fornece uma solução dada à inexistência de formas de equilíbrio diferentes da original. Ao se perder a estabilidade, tais sistemas entram, em geral, num regime de movimento oscilatório de amplitude crescente.

Um exemplo de sistema com tais características é mostrado na Figura 16, onde uma barra engastada em sua extremidade inferior é solicitada por uma carga axial que atua permanentemente segundo a normal à extremidade superior. É possível demonstrar que para esta barra, não existe formas de equilíbrio com o eixo flexionado. Aplicando-se o Método Dinâmico e assumindo-se uma distribuição uniforme de massa, obtém-se a carga crítica desta barra:

$$P_{crit} \approx \frac{20EI}{L^2} \quad (2.54)$$

Figura 16 - Perda de estabilidade pelo método dinâmico
Fonte: Adaptado de Féodosiev (1977)



Para uma carga P igual à P_{crit} a forma retilínea do equilíbrio torna-se instável e quando P aumenta ainda mais, surgem na barra oscilações de flexão.

Finalmente, observa-se que, na seção 2.1.3 analisou-se o problema da estabilidade para barras que apresentam tensões superiores ao limite de elasticidade do material. Ocorre que, considerando a definição inicial de estabilidade, tais problemas não se enquadram totalmente no esquema clássico da análise. Isto decorre do fato de que, a partir do momento que no corpo surgem deformações plásticas, o sistema perde a capacidade de retornar a posição de equilíbrio inicial. Assim, a formulação encontrada para este tipo de sistema apresenta uma inconsistência teórica dada à definição de Estabilidade. Féodosiev (1977) propõe uma definição diferente para estabilidade a fim de contemplar os sistemas com deformações plásticas na metodologia de análise anterior.

“É qualificado como estável, o sistema que no caso de perturbações pequenas não passa a um estado qualitativamente novo.” (Féodosiev, 1977, p.497).

2.1.5 Compressão Excêntrica em Barras

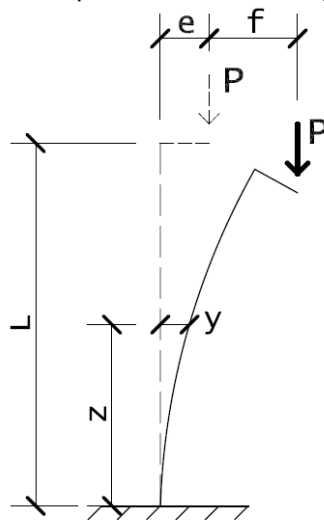
Considere agora uma barra reta, constituída de material de comportamento linear e carregada com uma força axial excêntrica P , como mostrada na Figura 17. Neste caso, o eixo da barra pode flexionar-se consideravelmente e ao determinar os momentos de flexão será preciso levar em consideração as flechas que surgem na barra. Tomando-se a seção distante “ z ” da extremidade engastada da barra, a flecha neste ponto é igual à “ y ” e o momento de flexão será:

$$M = P(e + f - y) \quad (2.55)$$

Admitindo-se a hipótese de flechas pequenas, tem-se:

$$M = EIy'' \quad (2.56)$$

Figura 17 - Barra com carregamento excêntrico
Fonte: Adaptado de Féodosiev (1977)



Igualando-se os momentos, obtém-se a equação diferencial da linha elástica da barra.

$$EIy'' = P(e + f - y)$$

$$y'' + K^2y = k^2(e + f) \quad (2.57)$$

Onde,

$$K^2 = \frac{P}{EI}$$

A solução da equação (2.57) será:

$$y = C_1 \operatorname{sen} Kz + C_2 \cos Kz + e + f \quad (2.58)$$

A equação encontrada possui três variáveis incógnitas, a saber, as constantes de integração C1 e C2 além da flecha f na extremidade da barra. Tomando as condições de contorno do problema, tem-se:

$$\begin{cases} z = 0 \rightarrow y = 0 \text{ e } y' = 0 \\ z = L \rightarrow y = f \end{cases}$$

De onde se obtêm que:

$$\begin{cases} C_1 = 0 \\ C_2 = -(e + f) \\ f = e \frac{1 - \cos KL}{\cos KL} \end{cases} \quad (2.59)$$

Substituindo as equações de (2.59) em (2.58), obtém-se a expressão para y:

$$y = e \frac{1 - \cos Kz}{\cos KL} \quad (2.60)$$

Substituindo-se y na expressão do momento fletor, encontra-se:

$$M = EIy'' = EIeK^2 \frac{\cos Kz}{\cos KL} \quad (2.61)$$

Desta equação, deduz-se que o momento é máximo para z=0, assim:

$$M_{max} = \frac{Pe}{\cos \sqrt{\frac{PL^2}{EI}}} \quad (2.62)$$

No caso de uma barra rígida, isto é, quando a relação L^2/EI é pequena, o momento máximo tende para “Pe”.

$$\lim_{\frac{L^2}{EI} \rightarrow 0} M_{max} = Pe \quad (2.63)$$

Se a rigidez da barra é pequena, então o valor da expressão $\cos \sqrt{\frac{PL^2}{EI}}$ é que tende para zero, o que leva o valor do momento máximo tender ao infinito.

$$\lim_{\cos \sqrt{\frac{PL^2}{EI}} \rightarrow 0} M_{max} = \infty \quad (2.64)$$

Em particular, quando $\cos \sqrt{\frac{PL^2}{EI}}$ é igual à zero, o primeiro valor da carga crítica P será:

$$P_{crit} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2} \quad (2.65)$$

Para uma carga P igual à P_{crit} mesmo para uma excentricidade “e” pequena, o valor do momento M_{max} , considerando a equação (2.62), tende ao infinito. Ocorre que, sendo o comprimento da barra igual à L, não seria fisicamente possível, para qualquer material que fosse constituída a barra, obter um momento superior à “PL”. Essa discrepância decorre da linearização adotada na formulação da linha elástica ao se considerar as flechas pequenas, tal como visto na seção 2.1.1 e 2.1.2. De qualquer maneira, a equação (2.65) para a carga crítica é satisfatória (ver seção 2.1.3) e quando os valores de P estão próximos do valor crítico, as flechas da barra crescem bruscamente, o que não seria admissível em situações reais (FÉODOSIEV, 1977).

2.1.6 Problema de Instabilidade por Bifurcação do Equilíbrio

Retornando ao sistema idealizado por Euler, analisado na seção 2.1.1, considere novamente a barra reta, sem imperfeições geométricas, constituída de material assumido linear e submetida a uma carga axial estática crescente P. Como visto, a

condição de estabilidade será mantida até que P atinja o valor crítico P_{crit} , carga a partir da qual a configuração inicial passa a ser instável e ao mesmo tempo, novas configurações de equilíbrio são possíveis. Esta carga P_{crit} , é chamada de ponto de Bifurcação Estável, pois uma vez alcançado este valor, o equilíbrio bifurca-se nas seguintes possíveis situações: uma forma reta da barra, que estará em equilíbrio instável, ou uma forma fletida, que corresponde ao equilíbrio estável.

É devido à possibilidade de ainda existir uma posição de equilíbrio estável após o sistema ser carregado com a carga crítica, que o ponto de bifurcação do sistema é chamado de Bifurcação Estável.

Alterando-se o parâmetro físico, isto é, admitindo-se agora um material de comportamento não linear (como o concreto armado), observa-se que, para valores menores que o crítico, as possíveis situações de equilíbrio são, uma reta estável ou uma curva instável, enquanto para valores maiores que o crítico, a única forma de equilíbrio possível será uma reta instável, ou seja, não há equilíbrio na forma fletida e a estrutura não suporta essa condição. Como não há uma posição de equilíbrio estável, para uma carga maior que a crítica, o ponto de bifurcação neste caso é denominado de Bifurcação Instável (FRANCO, 1985).

2.1.7 Problema de 2ª Ordem e Problema do Ponto Limite

Considere novamente o sistema analisado na seção 2.1.5, onde uma barra reta, sem imperfeições geométricas e constituída de material dito linear, é carregada com uma força axial excêntrica de valor P e excentricidade “ e ”. Para este caso, valores crescentes de “ P ” levam sempre a uma situação de equilíbrio estável com a barra fletida, sendo que, para cada acréscimo de carga ΔP verifica-se uma posição de equilíbrio única, isto é, uma deformação específica.

No caso de uma barra esbelta, enquanto o material responder linearmente, não haverá bifurcação do equilíbrio. Para valores crescentes de P a barra encurva-se progressivamente e a carga tende assintoticamente para o valor de P_{crit} da equação (2.65). Franco (1985) denomina esta situação de Problema de 2ª Ordem.

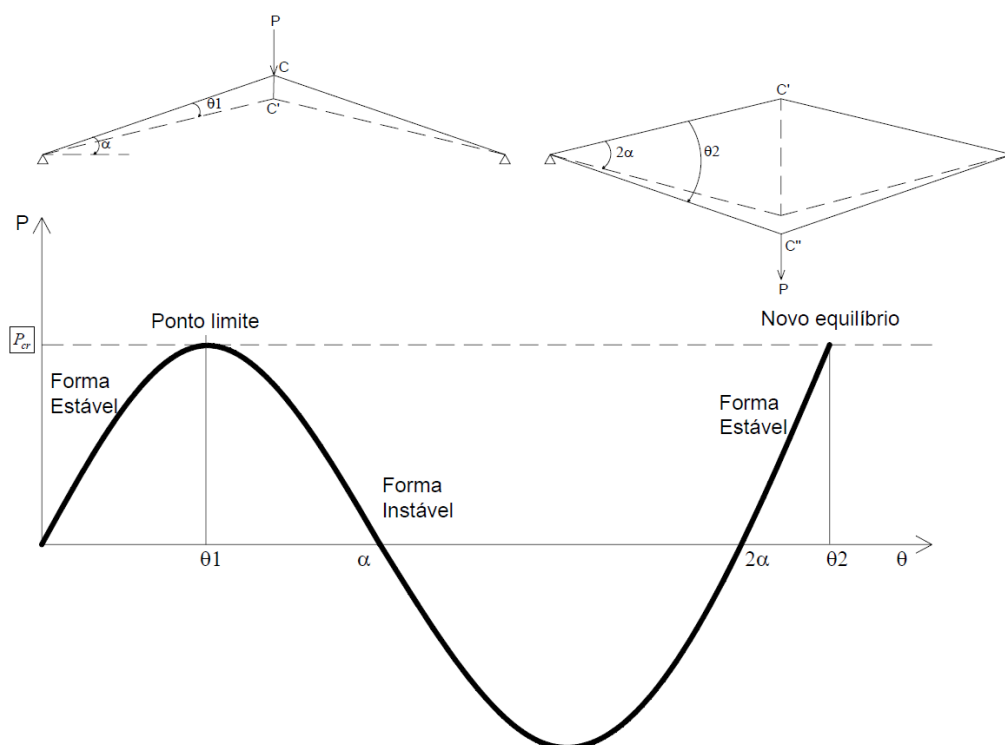
No caso de uma barra rígida, isto é, com esbeltez pequena, com o aumento de P , a tensão atuante na seção transversal da barra deve ultrapassar a tensão limite de proporcionalidade do material e parte da seção plastificaria antes de se atingir a tensão crítica, isto é, a tensão correspondente à carga crítica. Neste caso, a análise se desenvolve partindo da premissa de um material de comportamento não linear.

Admitindo-se então, um material de comportamento não linear, para o caso de uma barra rígida, a carga crescerá até se atingir a ruptura por flexão composta, esgotando-se a capacidade resistente da seção crítica. Franco (1985) também denomina esta situação de Problema de 2ª Ordem.

Finalmente, no caso de um material de comportamento não linear e barra esbelta, com o aumento da carga P o momento externo $P(e+f)$, cresce bruscamente de maneira que o momento interno da seção crítica da barra não é capaz de equilibrar o momento externo, levando a uma instabilidade na flexão composta, sem bifurcação do equilíbrio denominada por Franco (1985) de Problema do Ponto Limite.

Tem-se ainda o exemplo da treliça bi-apoiada com ângulo de inclinação obtuso, mostrado na Figura 18. Este sistema caracteriza-se pela mudança brusca na configuração de equilíbrio. Ao atingir o ponto crítico, um acréscimo infinitesimal de carga promove uma mudança repentina na posição de equilíbrio do sistema, isto é, no instante em que a carga crítica é alcançada, não há configuração de equilíbrio na vizinhança, e o equilíbrio passa a ser instável. Assim o ponto crítico é também denominado de ponto limite.

Figura 18 - Problema de ponto limite com reversão
Fonte: Bueno (2009)



Em síntese;

Tabela 1 - Resumo das possíveis formas de perda de equilíbrio das barras
Configuração de Equilíbrio para barra Axialmente Carregadas

Sem excentricidade					
Material	Forma	$P < P_{cr}$	$P = P_{cr}$	$P > P_{cr}$	Instabilidade
Linear	Reto	Estável	Estável	Instável	Bifurcação Estável
	Fletido	-	-	Estável	Bifurcação Estável
Não-Linear	Reto	Estável	Estável	Instável	Bifurcação Instável
	Fletido	Instável	Instável	Impossível	Bifurcação Instável

Configuração de Equilíbrio para barra Axialmente Carregadas

Com excentricidade					
Material	Forma	$P < P_{cr}$	$P = P_{cr}$	$P > P_{cr}$	Instabilidade
Linear	Reto	-	-	-	2º Ordem
	Fletido	Estável	Estável	Estável	2º Ordem
Não-Linear	Reto	-	-	-	Ponto Limite
	Fletido	Estável/Instável	Instável	Impossível	Ponto Limite

2.2 EFEITOS DE 2ª ORDEM

Dentre os problemas de equilíbrio expostos na seção 2.1, as edificações de concreto armado são tratadas como sujeitas ao problema de 2ª Ordem. Em virtude da presença de solicitações horizontais, tais como cargas de vento, sismos, empuxos de terra, além de componentes de esforços horizontais decorrentes de desaprumos nos elementos estruturais, entre outros, as edificações de concreto armado sempre estarão solicitadas por flexão composta.

“[...] Pode-se dizer que, no caso das estruturas reticuladas usuais de edifícios, o tipo de instabilidade que interessa analisar é a Divergente Estática que se manifesta pelo aparecimento de pontos limites ou de bifurcação do equilíbrio. Divergente, pois a estrutura busca novos estados equilibrados, afastando-se de sua posição inicial. Estática, pois pode ser estudada por processos estáticos de análise, sendo típica de sistemas estruturais sujeitos a forças conservativas, quase sempre de origem gravitacional. [...]” (Carmo, 1995).

Ressalta-se ainda que, as solicitações nas estruturas reais, nunca ocorrem em um tempo infinitesimal, de fato o que ocorre são acréscimos de cargas em intervalos de tempo quaisquer, solicitando à estrutura que já se encontra em uma situação de geometria deformada (fletida).

Denomina-se análise de 1ª Ordem, àquela em que o cálculo da estrutura é realizado em uma configuração geométrica não deformada. Os valores de tensão e deformação do sistema são obtidos a partir das formulações clássicas da resistência dos materiais.

Ao se considerar uma configuração geométrica deformada surge no sistema solicitações adicionais denominadas de efeitos de 2ª Ordem, e a análise é dita de 2ª Ordem.

Tomando-se novamente uma barra rigorosamente reta, formada de material dito linear, engastada em sua extremidade inferior, como mostrado na Figura 19. Considere em um primeiro momento que a força vertical F_v atua isoladamente sobre

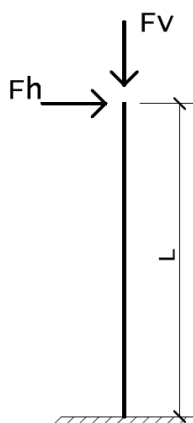
a barra. Admitindo-se um valor para F_v menor que o valor da força crítica da barra, que nas condições de apoio indicadas é igual à $\pi^2 EI/4L^2$, a flecha na extremidade superior desta seria nula. Considere agora que atua sobre a barra somente a força horizontal F_h . Sabe-se da resistência dos materiais que para tal força a flecha que se desenvolve na barra é dada pela equação (2.66):

$$\frac{F_h L^3}{3EI} \quad (2.66)$$

Enquanto o momento máximo é dado por:

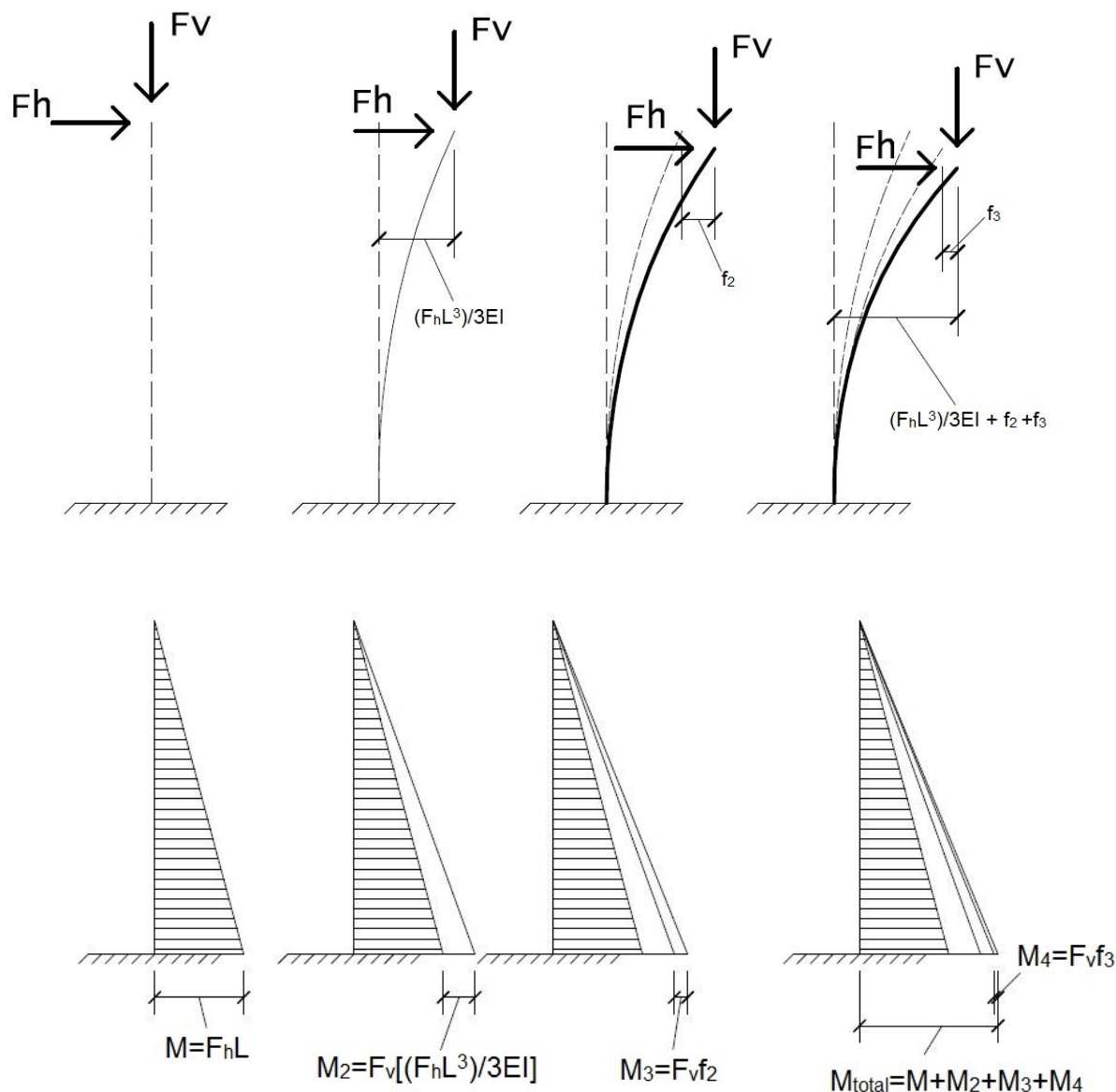
$$M_{max} = F_h L \quad (2.67)$$

Figura 19 - Barra reta de material linear elástico engastada na base
Fonte: Autor



Sendo esta uma análise de 1ª Ordem os esforços e flecha obtidos para a barra são chamados de efeitos de 1ª Ordem. Considere finalmente que atua sobre a barra tanto a força F_v como a F_h . Observa-se agora que, após a ocorrência da flecha na barra, a carga vertical atuante sobre o sistema apresenta-se em uma posição diferente da configuração original, gerando uma solicitação adicional sobre a mesma. O momento adicional gerado pela carga na situação deformada é denominado de momento de 2ª Ordem e os acréscimos de esforços, tensões e flechas decorrentes dessa carga são os chamados efeitos de 2ª Ordem, como pode ser observado na Figura 20.

Figura 20 – Efeitos adicionais de 2ª Ordem
Fonte: Autor



Observa-se que a situação de equilíbrio do sistema é alcançada para uma deformação maior que a calculada pela análise de 1ª Ordem, e que não houve acréscimos no valor das forças F_h ou F_v , isto é, o parâmetro carregamento do sistema foi alterado em virtude da configuração geométrica intermediária entre o estado inicial e o estado de equilíbrio final do sistema, e não pela variação da intensidade das cargas.

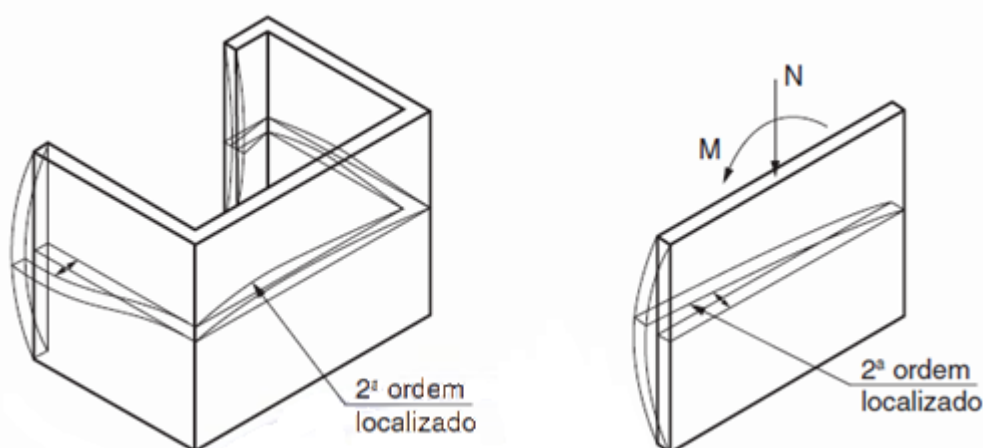
A determinação do momento adicional e todos os subsequentes (pois o ponto de aplicação da carga se modifica em virtude do acréscimo de momentos) até que se atinja o equilíbrio final (no caso de estruturas estáveis) é uma análise de 2ª Ordem.

O momento final na estrutura será a soma do obtido pela análise de 1ª Ordem com os da análise de 2ª Ordem.

Em síntese, pode-se dizer que os efeitos de 2ª Ordem são efeitos adicionais à estrutura, gerados a partir de sua deformação. Eles são responsáveis por provocar um comportamento não linear na estrutura (não linearidade geométrica) que é abordado na seção 2.3.2.

A ABNT NBR 6118:2014 em seu item 15.4.1, classifica os efeitos de 2ª Ordem em globais, locais e localizados. Os efeitos globais de 2ª Ordem são os esforços, decorrentes do deslocamento da estrutura como um todo. Em barras isoladas, como em um lance de pilar, surgem os efeitos locais de 2ª Ordem, decorrentes da perda de retilidade do eixo da barra, que afetam principalmente os esforços ao longo desta. Já em pilares-parede, simples ou compostos, pode haver uma região que apresenta não retilidade maior do que a do eixo do pilar como um todo. Nessas regiões surgem efeitos de 2ª Ordem localizados. O efeito de 2ª Ordem localizado, além de aumentar nessa região a flexão longitudinal, aumenta também a flexão transversal.

Figura 21 - Efeito de 2º Ordem localizado
Fonte: ABNT NBR 6118:2014



A ABNT NBR 6118:2014 classifica ainda a estrutura como de nós fixos ou móveis dependendo da proporção entre os efeitos (esforços e deformações) de segunda ordem e primeira. Para o caso de esforços de 2ª Ordem inferiores a 10% dos respectivos esforços de 1ª Ordem, a estrutura é dita de nós fixos. Já para valores

superiores a 10% a estrutura é classificada como de nós móveis e a análise de 2ª Ordem torna-se obrigatória, sendo necessária a determinação dos esforços de 2ª Ordem globais, além dos locais e localizados que sempre devem ser determinados.

2.2.1 Ações Horizontais

Nesta dissertação, somente são consideradas as ações horizontais decorrentes do vento, sendo esta tomada como uma solicitação estática conforme as formulações da ABNT NBR 6123:1988, e as componentes horizontais decorrentes do desaprumo nos elementos estruturais, inerentes ao sistema construtivo. Assim sendo, não faz parte do escopo deste trabalho análises dinâmicas de vento ou sismos.

2.2.1.1 Imperfeições Geométricas – Desaprumo Construtivo

Como dito, as imperfeições geométricas são inerentes ao processo de construção de edificações em concreto armado. Mesmo em estruturas pré-moldadas verifica-se a existência de imperfeições geométricas relevantes. A ABNT NBR 6118:2014 em sua seção 11.3.3.4 classifica as imperfeições geométricas em dois tipos: imperfeições globais e imperfeições locais.

As imperfeições geométricas globais são representadas por desaprumos das barras verticais (pilares) do pórtico espacial em relação à sua base. A estimativa deste desaprumo varia em função da altura total H e do número de prumadas de pilares n da edificação, como nas formulações:

$$\theta_1 = \frac{1}{100\sqrt{H}} \quad (2.68)$$

$$\theta_a = \theta_1 \sqrt{\frac{1+1/n}{2}} \quad (2.69)$$

Sendo H calculado em metros.

Segundo a ABNT NBR 6118:2007, os valores limites de θ_1 dependiam do grau de deslocabilidade da estrutura, sendo:

- $\theta_{1\min} = 1/400$ para estruturas de nós fixos
- $\theta_{1\min} = 1/300$ para estruturas de nós móveis e imperfeições locais
- $\theta_{1\max} = 1/200$

A nova versão da norma, atualizada em 2014, traz os seguintes valores limites para θ_1 , desvinculando-o do grau de deslocabilidade da estrutura;

- $\theta_{1\min} = 1/300$ para estruturas reticuladas e imperfeições locais
- $\theta_{1\max} = 1/200$

A ABNT NBR 6118:2007 prescrevia que entre o vento e o desaprumo, deveria ser considerado apenas o mais desfavorável para o dimensionamento da estrutura, e que a determinação do mais desfavorável poderia ser feita a partir da determinação do momento total na base da construção que cada um dos carregamentos geraria.

*“O desaprumo não deve necessariamente ser superposto ao carregamento de vento. Entre os dois, vento e desaprumo, **deve ser considerado apenas o mais desfavorável**, que pode ser definido através do que provoca o maior momento total na base de construção.” (ABNT NBR 6118: 2007, grifo nosso).*

Neste ponto, questionava-se a primeira frase do parágrafo da norma. Em que circunstância então, deveria ser considerado para o dimensionamento da estrutura um carregamento combinado de vento e desaprumo?

Já a nova versão da ABNT NBR 6118:2014 apresenta as condições exatas, por assim dizer, pois uma carga de vento estática não é exata por definição, para a utilização das ações de vento e desaprumo:

“A consideração das ações de vento e desaprumo dever ser realizada de acordo com as seguintes possibilidades:

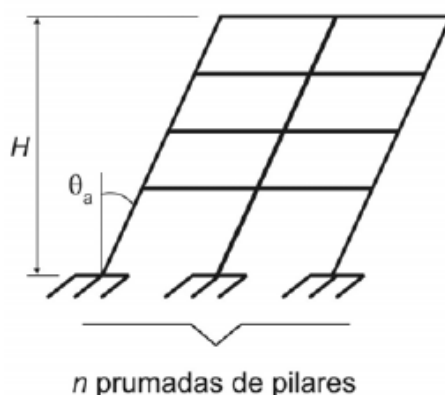
- a) *Quando 30% da ação do vento for maior que a ação do desaprumo, considera-se somente a ação do vento.*

- b) Quando a ação do vento for inferior a 30% da ação do desaprumo, considera-se somente o desaprumo respeitando a consideração de θ_{1min} , conforme definido acima.
- c) Nos demais casos, combina-se a ação do vento e desaprumo, sem necessidade da consideração do θ_{1min} . Nessa combinação, admite-se considerar ambas as ações atuando na mesma direção e sentido como equivalentes a uma ação do vento, portanto como carga variável, artificialmente amplificada para cobrir a superposição.

A comparação pode ser feita com os momentos totais na base da construção e em cada direção e sentido da aplicação da ação do vento, com desaprumo calculado com θ_a (ver Figura 22), sem a consideração de θ_{1min} .” (Adaptado da ABNT NBR 6118:2014).

Figura 22 - Imperfeições geométricas globais

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

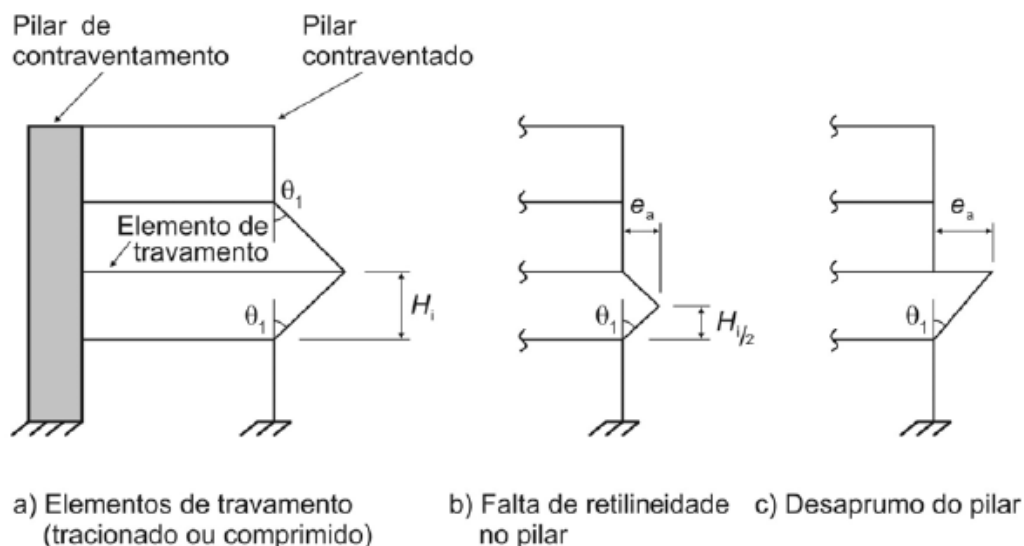


Ainda segundo a ABNT NBR 6118:2007, na verificação do estado limite último das estruturas reticuladas, as imperfeições geométricas do eixo dos elementos estruturais deveriam ser consideradas para a estrutura descarregada, isto é, a situação inicial de análise da estrutura já prever uma excentricidade inicial, independente da atuação de uma carga horizontal direta, observação esta que foi mantida na atualização da ABNT NBR 6118:2014.

No item 11.3.3.4.2 da ABNT NBR 6118:2014, é dito que as imperfeições geométricas locais devem ser consideradas nos elementos que ligam pilares contraventados a pilares de contraventamento, usualmente vigas e lajes, que devem ser considerados como sujeitos a esforços de tração decorrente do desaprumo de pilares contraventados. No caso da verificação de um lance de pilar, deve ser

considerado o efeito do desaprumo ou falta de retilidade do eixo do pilar (Figura 23).

Figura 23 - Imperfeições geométricas locais
Fonte: ABNT NBR 6118:2014



FRANCO e VASCONCELOS (1991) recriminam a definição e utilização do conceito de elementos contraventados e de contraventamento dentro de uma mesma estrutura. De fato, toda a estrutura de uma edificação deveria ser considerada como um sistema de contraventamento único, onde cada elemento estrutural contribui para a estabilidade lateral em maior ou menor grau dependendo de sua rigidez. Os autores relatam ainda um exemplo particular, em que uma estrutura foi calculada considerando somente a inércia dos pilares, como se estas estivessem engastadas na base e livres no topo (pilares em balanço), e compararam o resultado considerando a inércia de toda a estrutura, isto é, o pórtico como um todo, pilares e vigas. A consideração de toda a estrutura como sistema de contraventamento, levou o resultado do deslocamento lateral de 60 cm para 13 cm.

Outro conceito analisado pelos autores é o da definição de estruturas de nós fixos e nós móveis. Em algum nível todas as estruturas por mais rígidas que sejam, apresentam os efeitos de 2ª Ordem. Os autores não questionam a escolha prática, embora arbitrária, de 10% de acréscimo no valor dos esforços de 1ª Ordem, como limite para a classificação das estruturas em fixas ou móveis (não deslocáveis ou deslocáveis como denominado no artigo), no entanto ressaltam que:

“[...] devendo-se entretanto esclarecer que a sensibilidade da estrutura como um todo nada tem a ver com a esbeltez de uma coluna isolada. Em coluna muito esbelta, pertencente a uma estrutura não deslocável deve ser considerada como um elemento não deslocável, independentemente de sua esbeltez. Por outro lado, numa estrutura deslocável, tanto os elementos esbeltos como os rígidos, são afetados pelos efeitos de 2ª Ordem e portanto deve ser feita uma análise global de 2ª Ordem.” (FRANCO e VASCONCELOS, 1991)

Adicionalmente, a ABNT NBR 6118:2014 admite que, nos casos usuais, a consideração apenas da falta de retilineidade ao longo do lance do pilar seja suficiente, e o efeito destas imperfeições pode ser substituído em estruturas reticuladas pela consideração do momento mínimo dado pela fórmula:

$$M_{1d,min} = N_d(0,015 + 0,03h) \quad (2.70)$$

Sendo h a altura total da seção transversal na direção considerada em metros e N_d o esforço normal de cálculo atuando sobre o pilar. A este momento devem ser acrescidos os momentos decorrentes dos efeitos de 2º Ordem.

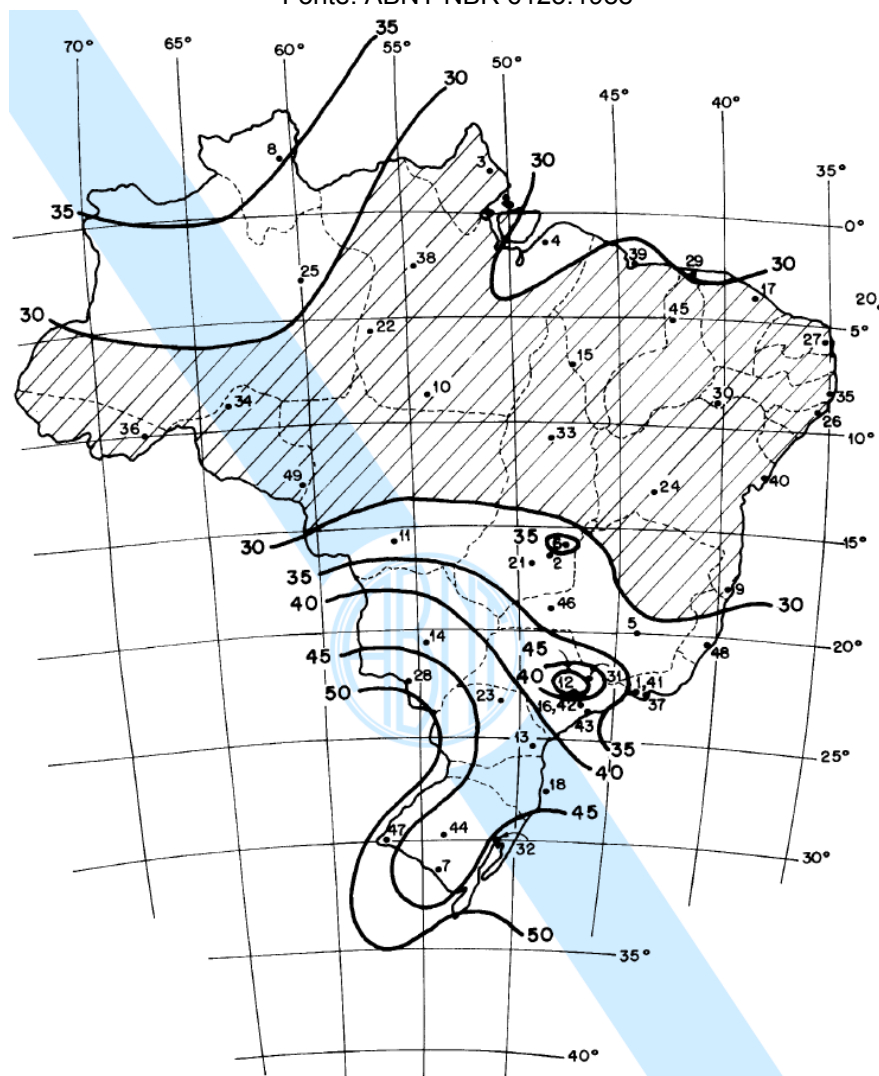
2.2.1.2 Vento

Os esforços devido à ação do vento representam as principais solicitações horizontais à qual uma edificação é submetida. A ABNT NBR 6123:1988 - Forças devidas ao vento em edificações, trata das solicitações de vento em edificações em geral. A principal característica da norma é admitir o vento como um esforço estático, não dinâmico, isto é, sem envolver uma análise dinâmica no dimensionamento da estrutura. Para tanto, mediante a análise de fatores meteorológicos, aerodinâmicos e estatísticos, a ABNT NBR 6123:1988 propõe uma série de equações para a determinação de uma carga estática equivalente.

Para considerar os fatores meteorológicos, a norma define uma velocidade de vento diferente para cada região do país, denominada velocidade básica e apresentada na Figura 24. A ABNT NBR 6123:1988 no seu item 5.1 define a velocidade básica como

a velocidade de uma rajada de 3 segundos, excedida em média uma vez em 50 anos, a 10 metros acima do terreno, em campo aberto e plano. A probabilidade de que a velocidade básica seja igualada ou excedida neste período de 50 anos é de 63%. Ainda segundo a norma, o nível de probabilidade (0,63) e a vida útil (50 anos) adotada são considerados adequados para edificações normais destinadas a moradias, hotéis, escritórios, entre outros.

Figura 24 - Isopletas da velocidade básica do vento.
Fonte: ABNT NBR 6123:1988



Estabelecida a velocidade básica do vento, a partir da cidade onde seria executada a edificação (conforme a Figura 24), calcula-se então, a chamada velocidade característica que leva em conta fatores como: topografia do local, rugosidade do terreno, altura da edificação, geometria da edificação, tipo de ocupação e aspectos

relacionados com a importância social da edificação e risco de vida dos seus usuários.

De acordo com a ABNT NBR 6123:1988 a velocidade característica é dada pela equação:

$$V_K = V_0 S_1 S_2 S_3 \quad (2.71)$$

Onde:

- V_0 é a velocidade básica do vento;
- S_1 é o fator topográfico que leva em conta as variações do relevo do terreno;
- S_2 é um fator relativo à rugosidade do terreno e as dimensões geométricas da edificação;
- S_3 é um fator baseado em conceitos estatísticos, que considera o grau de segurança requerido e a vida útil da edificação.

Em seu item 4.2.3, a ABNT NBR 6123:1988 estabelece que, a força global do vento sobre uma edificação ou parte dela, é obtida pela soma vetorial das forças de vento que ali atuam, e a componente da força global na direção do vento, denominada força de arrasto F_a é obtida pela equação:

$$F_a = C_a q A_e \quad (2.72)$$

Onde:

- C_a é o chamado coeficiente de arrasto;
- A_e é a área frontal efetiva; Área da projeção ortogonal da edificação, estrutura ou elemento estrutural sobre um plano perpendicular à direção do vento;
- q é a pressão dinâmica do vento.

Sendo a pressão dinâmica do vento "q" definida pela equação:

$$q = 0,613V_k^2 \quad (2.73)$$

Dado em N/m^2 e com V_k em m/s.

Ainda segundo a ABNT NBR 6123:1988, o coeficiente de arrasto (C_a) em edificações de múltiplos andares com planta retangular, é dado a partir de ábacos como os mostrados nas Figura 25 e Figura 26, funções das relações h/L_1 , L_1/L_2 e da condição de turbulência do vento.

- O parâmetro "h" é a altura da edificação;
- L_1 é a largura da edificação perpendicular à direção do vento considerado;
- L_2 é o comprimento da edificação paralelo à direção do vento considerado.

Figura 25 - Coeficiente de arrasto para vento de baixa turbulência
Fonte: Manual CAD/TQS (2013)

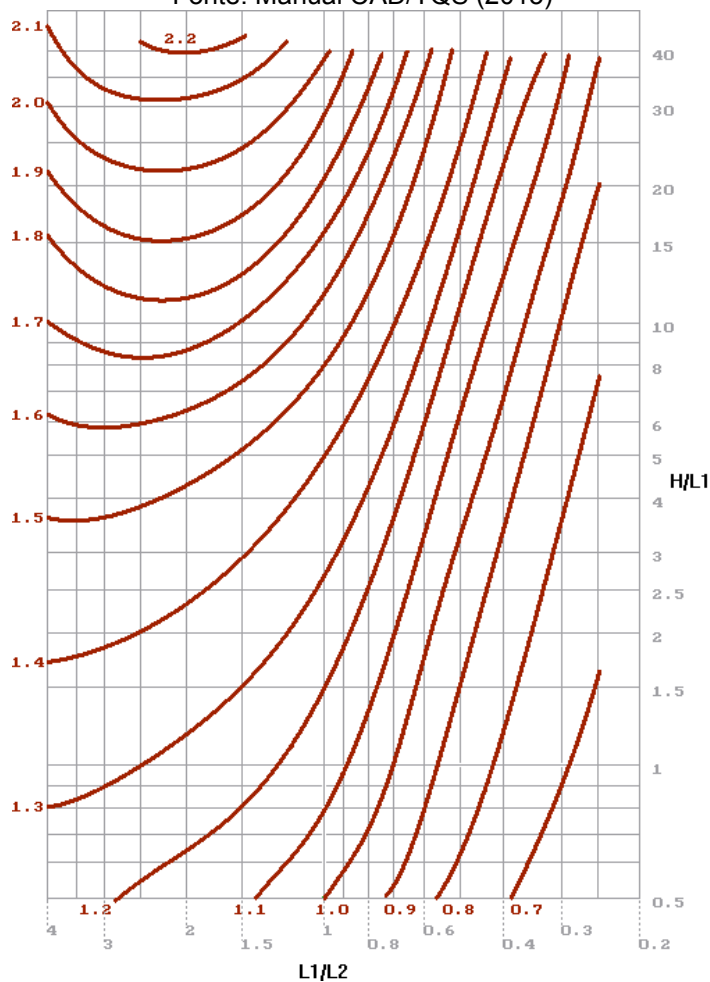
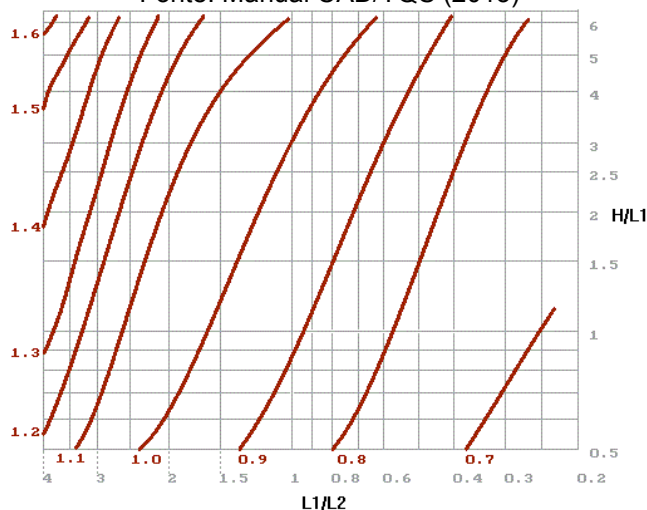


Figura 26 - Coeficiente de arrasto para vento de alta turbulência
 Fonte: Manual CAD/TQS (2013)



As condições de turbulência do vento são classificadas de acordo com a disposição e quantidade de obstáculos ao redor da edificação considerada. Admite-se vento de baixa turbulência quando a edificação encontra-se em região relativamente aberta e plana, com obstáculos suficientemente espaçados (em função da altura da edificação) onde o vento flui de maneira regular. O vento de alta turbulência ocorre em virtude da presença de obstáculos ao redor e próximos da edificação considerada. Tais obstáculos se opõem ao fluxo de vento gerando vórtices (alta turbulência) e reduzindo a intensidade da força do mesmo.

Segundo a ABNT NBR 6123:1988, em seu item 6.5.3, uma edificação é considerada em vento de alta turbulência quando sua altura não excede duas vezes a altura média das edificações nas vizinhanças, estendendo-se estas, na direção e no sentido do vento incidente, a uma distância mínima de:

- 500 metros, para uma edificação de até 40 metros de altura;
- 1000 metros, para uma edificação de até 55 metros de altura;
- 2000 metros, para uma edificação de até 70 metros de altura;
- 3000 metros, para uma edificação de até 80 metros de altura.

2.3 ANÁLISE NÃO LINEAR

Segundo KIMURA (2007), de maneira simplificada, uma análise não linear é um cálculo onde a resposta da estrutura, seja essa em deslocamentos, esforços ou tensões, possui um comportamento não linear, isto é, não linearmente proporcional a um carregamento aplicado na mesma. Tal comportamento é característico de estruturas de concreto armado, e tais efeitos devem sempre ser considerados na análise estrutural.

Os comportamentos não lineares mais relevantes no caso de edifícios de concreto são os de origem física (material) e geométrica, ambos intrínsecos a todas as estruturas reais de concreto armado.

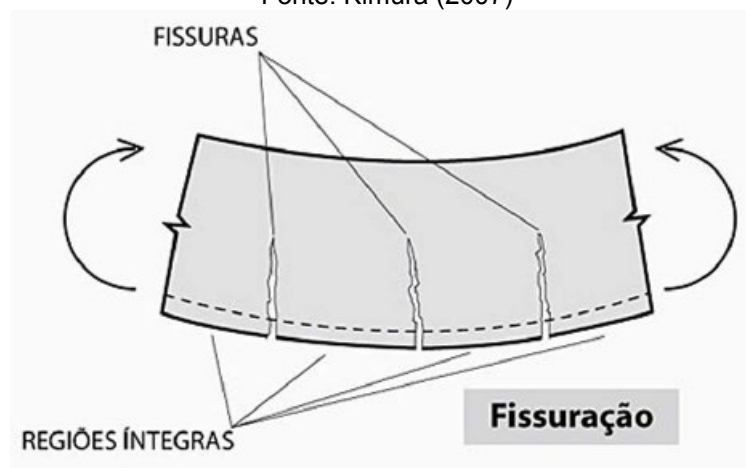
[...] o comportamento linear da estrutura exige a existência do comportamento linear do material e de uma geometria adequada da estrutura. Quando uma dessas condições não é satisfeita, a estrutura apresenta um comportamento não linear, podendo existir uma não linearidade física ou uma não linearidade geométrica. (FUSCO, 1976, p.126)

2.3.1 Não Linearidade Física (NLF)

A não linearidade física, ou melhor, a variação das propriedades físicas do material para um dado carregamento é um fenômeno intrínseco da análise de estruturas de concreto. A grande diferença proporcional entre a capacidade de resistir a esforços de compressão em comparação com esforços de tração do concreto, leva aos engenheiros a necessariamente trabalhar com este material fora dos limites de proporcionalidade estabelecidos primeiro por Hooke (1676) em sua famosa lei: "*Qual é a deformação, tal é a força*". Embora, a lei de Hooke, aponte para uma dependência entre forças e deslocamentos, atualmente ela é interpretada como uma relação de dependência linear entre a tensão e a deformação, sendo válida para a grande maioria dos materiais, desde que, sejam respeitados determinados limites de solicitação (FÉODOSIEV, 1977).

O que ocorre na prática da engenharia civil é que o concreto está, na maioria das vezes, submetido a esforços de tração superiores aos que pode resistir. Deste modo, dentre algumas das infinitas seções transversais de um elemento estrutural, o concreto sofre ruptura por tração, e o elemento nesta configuração é dito fissurado.

Figura 27 - Elemento fissurado por flexão.
Fonte: Kimura (2007)



Tanto para uma seção transversal específica como para um das infinitas seções transversais ao longo de um elemento, a intensidade da tensão assim como seu sinal (tração ou compressão) varia muitas vezes de maneira não linear e não uniforme, mesmo para os carregamentos mais comuns. O que torna difícil definir um valor para a rigidez (fator de proporção entre tensão e deformação) único para todo o elemento.

Em edifícios de concreto armado, as propriedades dos materiais constituintes vão se modificando de acordo com o incremento de carregamento na estrutura conferindo aos elementos um comportamento não linear, resultado basicamente dos efeitos da própria fissuração, assim como da fluência, da presença de armaduras e da combinação de diferentes esforços. Considerar todos esses parâmetros de forma exata levaria a um alto grau de complexidade no cálculo de cada elemento componente da estrutura, pois esta reage de maneira singular para cada fator mencionado (BUENO, 2009).

A fim de simplificar a análise e dimensionamento, e simular a não linearidade física em uma estrutura, muitos autores e a própria norma ABNT NBR 6118:2014,

propõem o artifício de se alterar diretamente o valor da rigidez dos elementos componentes, como vigas e pilares, uma vez que estes têm seus deslocamentos diretamente afetados por sua rigidez. A ideia é adotar para o cálculo uma rigidez efetiva, menor que aquela encontrada para a seção não fissurada, denominada na referida norma de rigidez secante. Em uma análise de 2ª Ordem, o valor de “EI” deve ser representativo para a rigidez dos membros em um estado imediatamente anterior ao estado limite último, situação esta, onde os elementos já se encontram fissurados.

A ABNT NBR 6118:2014 em seu item 15.3 torna obrigatória a análise das estruturas de concreto armado levando-se em consideração a NLF, e no item 15.7.3 indica os valores a serem adotados para a redução da rigidez dos elementos estruturais, quando se leva em conta os efeitos de 2ª Ordem globais em edifícios com quatro ou mais pavimentos:

- Lajes: $(EI)_{sec} = 0,3 E_{ci} I_c$
- Vigas:
 - $(EI)_{sec} = 0,4 E_{ci} I_c$ para $A_s' \neq A_s$
 - $(EI)_{sec} = 0,5 E_{ci} I_c$ para $A_s' = A_s$
- Pilares: $(EI)_{sec} = 0,8 E_{ci} I_c$

Sendo, I_c o momento de inércia da seção bruta de concreto, incluindo, quando for o caso, as mesas colaborantes e E_{ci} o módulo de deformação tangencial inicial do concreto, obtido por ensaio adequado ou, na falta deste, pela formulação:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{ci} = \alpha_E 5600 \sqrt{f_{ck}} \text{ para } f_{ck} \text{ de } 20 \text{ MPa à } 50 \text{ MPa} \\ 21,5 \cdot 10^3 \alpha_E \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3} \text{ para } f_{ck} \text{ de } 55 \text{ MPa à } 90 \text{ MPa} \end{array} \right. \quad (2.74)$$

Onde α_E depende do agregado graúdo utilizado na composição do concreto.

Até a versão de 2007, a ABNT NBR 6118, admitia que quando a estrutura de contraventamento fosse composta exclusivamente por vigas e pilares e γ_z (fator de

instabilidade global descrito em 2.4.2) fosse menor que 1,3, a rigidez secante de vigas e pilares poderia ser considerada como;

- Pilares e Vigas: $(EI)_{\text{sec}} = 0,7 E_{\text{ci}} I_c$

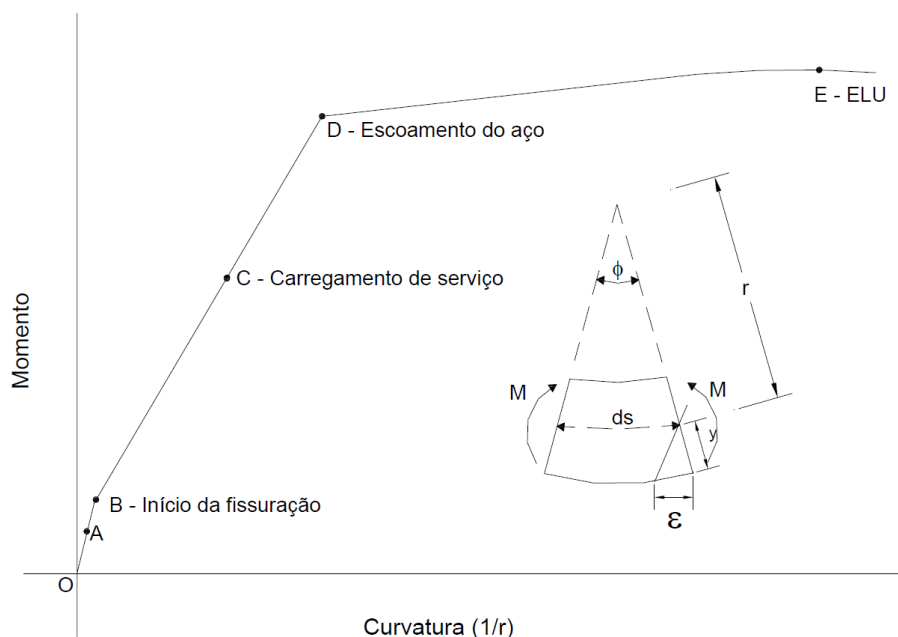
A partir da versão de 2014, esta consideração foi subtraída da referida norma. Ressalta-se que, a adoção destes coeficientes redutores para os elementos estruturais de maneira generalizada é direcionada para uma análise de NLF global, isto é, considerando o comportamento conjunto dos elementos que formam a edificação. Quando são analisados elementos estruturais isolados, como por exemplo, lances de pilares ou vigas, uma abordagem mais refinada para se levar em consideração os efeitos da NLF é contemplada pela ABNT NBR 6118:2014, através da utilização dos diagramas de momento-curvatura.

De maneira análoga ao diagrama de tensão-deformação, pode-se construir um diagrama de momento por curvatura a partir da formulação aproximada da resistência dos materiais:

$$\frac{1}{r} = -\frac{M}{EI} \quad (2.75)$$

Pode-se perceber pela equação (2.75) que a relação entre momento e curvatura é feita pela rigidez “EI” do elemento. Na Figura 28, tem-se um diagrama $M \times 1/r$ para uma seção no meio do vão de uma viga bi-apoiada para diferentes níveis de solicitação. Neste diagrama a rigidez EI_{sec} é o arco tangente do ângulo da curva, que varia ao longo desta.

Figura 28 - Diagrama Momento x Curvatura da seção central de uma viga bi-apoiada
Fonte: Bueno (2009)



No ponto A da Figura 28, tem-se a viga íntegra, isto é, sem fissuras, com pequenas deformações e respeitando a lei de Hooke, tal configuração é conhecida como Estádio I do concreto e a rigidez permanece constante. Até ser atingido o ponto B, onde se inicia o processo de fissuração da viga, por ter sido alcançado o momento de fissuração do concreto, a partir do qual, a tensão de tração nas fibras inferiores da viga é maior que aquela suportada pelo material. A partir deste ponto, a tensão é "transferida" para o aço da armadura que passa a trabalhar tensionado. Como resultado, uma seção menor de concreto atua efetivamente resistindo aos momentos externos e a inércia da viga sofre uma redução. Pode-se observar pelo diagrama que a partir do ponto B o ângulo da curva diminui o que representa uma redução da rigidez do elemento, sendo este o chamando Estádio II do concreto.

As estruturas de concreto são idealizadas para trabalharem com um nível de carregamento representado a partir do ponto C da Figura 28, onde uma combinação de resistência à compressão do concreto com resistência a tração do aço atuam juntas para equilibrar as solicitações externas. Esta fase do diagrama é tomada como aproximadamente linear, pois a maior abertura de fissura que ocorre se enquadra dentro dos limites de aceitabilidade dados pelo Estado Limite de Fissuração.

A partir do ponto D da Figura 28, a solicitação externa provoca o escoamento do aço e verifica-se uma acentuada redução da rigidez do elemento, representada pela variação do ângulo da curva. Este é o chamado Estádio III do concreto e uma vez atingido o escoamento do aço, para pequenos incrementos de momento observa-se uma grande variação na curvatura do elemento. A viga finalmente atinge o ELU pelo esmagamento do concreto da parte superior da seção, representada pelo ponto E da Figura 28.

Para o caso particular de pilares, sendo a solicitação típica deste elemento a flexo-compressão oblíqua, é conveniente construir o chamando diagrama normal-momento-curvatura, para a avaliação da rigidez equivalente deste tipo de elemento. De uma maneira geral, a inclusão do esforço axial deve aumentar a inclinação da curva do diagrama, já que uma compressão normal tende a tornar o elemento mais rígido à flexão, ao passo que os valores dos momentos limites que definem as regiões do diagrama devem diminuir de valor.

É importante observar que, para a construção do diagrama momento-curvatura é necessário o conhecimento prévio da armadura, tanto da sua quantidade como da sua disposição na seção transversal, que exerce grande influência nos Estádios I e II assim como na extensão do patamar de ductilidade (Estádio III). Qualquer variação da armadura assim como do valor da força axial alteram a inclinação do diagrama, isto é, a rigidez do elemento.

A norma americana ACI 318:1995 adotou um fator de redução de rigidez para elementos de concreto armado em “Análise de 2ª Ordem”, seguindo trabalhos de Kordina (1972), Hage e MacGregor (1974) e as revisões propostas por MacGregor (1993) *apud* Bueno (2014). Os autores analisaram a variação da rigidez para vários elementos de pórticos submetidos a esforços devido à ação de vento e cargas gravitacionais, além de uma combinação de ambas (BUENO, 2014).

Kordina (1972) *apud* Bueno (2014) apresentou em seu trabalho valores para o fator de redução em função da geometria do elemento, disposição e quantidade de armaduras além de condições de carregamento. Hage e MacGregor (1974) *apud* Bueno (2014) realizaram estudos em vigas com seção T, lajes lisas e pilares, que

levaram a proposição de rigidez equivalente para vigas de 40% da rigidez efetiva e de 80% no caso de pilares.

MacGregor (1993) *apud* Bueno (2014) introduziu ainda, outro fator de redução que, segundo o autor, deveria ser incluso para considerar nas análises de 2ª Ordem a variabilidade na determinação das deformações laterais, resultantes de simplificações de cálculo referentes ao modelo estrutural e aos valores assumidos de E e I . Assim, a norma ACI 318:1995 adotou para pórticos de concreto os seguintes valores:

- Vigas: $0,875 \cdot 0,4 = 0,35 E_c I_g$
- Pilares: $0,875 \cdot 0,8 = 0,7 E_c I_g$

Onde $E_c I_g$ representa a rigidez bruta da seção do elemento.

Para as verificações do ELS, MacGregor (1993) propõe valores maiores para a rigidez efetiva, que foram adotados pela ACI 318:1995;

- Vigas: $0,5 E_c I_g$
- Pilares: $1,0 E_c I_g$

Na revisão da norma americana ACI 318 de 2005, alterações propostas por Khuntia e Ghosh (2004) *apud* Bueno (2014) foram incorporadas. Os autores propuseram novas expressões para a determinação do fator de redução da rigidez para vigas e pilares válidos tanto para o ELU como para o ELS. Para o caso de pilares a expressão proposta, que foi incorporada na ACI 318 de 2008 foi:

$$EI_e = E_c I_g (0,80 + 25 \rho_g) \left(1 - \frac{e}{h} - 0,5 \frac{P}{P_0} \right) \quad (2.76)$$

Onde:

- E_c : Módulo de elasticidade secante do concreto
- I_g : Inércia da seção bruta de concreto
- ρ_g : taxa de armadura da seção transversal.

- P/P_0 : relação entre carga axial solicitante e carga última
- e/h : razão entre a excentricidade do carregamento e a altura da seção.

Considerando $E_c I_{\text{viga}} \leq EI_e \leq E_c I_g$, sendo o limite inferior da rigidez efetiva EI_e o equivalente ao elemento que por suas características de excentricidade e carregamento tem comportamento mais similar ao de vigas do que pilares, e o limite superior a rigidez apenas da seção de concreto íntegra, sem considerar o aumento que uma taxa de armadura maior produz (BUENO, 2014).

Para as vigas, as formulações para a determinação do fator de redução de rigidez variam de acordo com os casos:

- a) Vigas retangulares com concreto de até 41,4 MPa (6000 psi), podem ter sua rigidez determinada a partir da equação simplificada;

$$EI_e = E_c I_g (0,1 + 25\rho) \left(1,2 - 0,2 \frac{b}{d} \right) \leq 0,6 E_c I_g \quad (2.77)$$

Alternativamente, adotando o conceito de seção transformada;

$$I_{cr} = \frac{bc^3}{3} + nA_s(d - c)^2 \quad (2.78)$$

Onde b é a largura da viga, d é a altura útil da seção, c é a profundidade da linha neutra, n é a relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto e A_s é a área de aço da armadura positiva.

- b) Vigas retangulares com concreto acima de 41,4 MPa (6000 psi);

$$EI_e = E_c I_g (0,1 + 25\rho) \left(1,2 - 0,2 \frac{b}{d} \right) (1,15 - 4 \times 10^{-5} f'_c) \leq 0,6 E_c I_g \quad (2.79)$$

- c) Vigas T;

$$\frac{EI_{eT}}{EI_e} = \left(1 + 2\frac{t_f}{h}\right) \leq 1,4 \quad (2.80)$$

Onde EI_e é obtido a partir da equação para vigas retangulares (2.77).

Na revisão da norma americana ACI 318 de 2011 as formulações permaneceram inalteradas. Ademais, o fator de redução proposto por MacGregor (1993) continua incorporado nas formulações desta norma, limitando o intervalo dos fatores em $0,35EI_g \leq EI_e \leq 0,875EI_g$ para pilares e $0,25EI_g \leq EI_e \leq 0,5EI_g$ para as vigas (BUENO, 2014).

2.3.2 Não Linearidade Geométrica (NLG)

Conforme visto na seção 2.2, a análise do sistema estrutural considerando sua situação deformada leva a um acréscimo de solicitação e consequentemente um efeito (deformação, tensão, esforços) maior que aquele previsto em uma análise linear partindo de uma situação não deformada, mesmo para materiais de comportamento elástico-linear. Assim sendo, o efeito não é linearmente proporcional à ação, o que caracteriza e nomeia o fenômeno como Não Linearidade Geométrica (NLG).

Ao se realizar uma análise levando-se em consideração a NLG, uma formulação de segurança para a combinação das ações é admitida na ABNT NBR 6118:2014. A majoração das cargas solicitantes características normalmente é realizada pelo fator γ_f (análise linear), que seguindo a ABNT NBR 8681:2003 - Ações e Segurança nas Estruturas, pode ser desdobrado em três valores:

$$\gamma_f = \gamma_{f1}\gamma_{f2}\gamma_{f3} \quad (2.81)$$

Onde:

- γ_{f1} : Considera a variabilidade das ações;
- γ_{f2} : é o próprio coeficiente de combinação ψ_0 ;

- γ_{f3} : Considera os possíveis erros de avaliação dos efeitos das ações, por deficiência do método de cálculo empregado ou por problemas construtivos.

Para a análise considerando-se a NLG, a majoração do carregamento solicitante pode ser feito pelo fator γ_f/γ_{f3} , e posteriormente, os esforços solicitantes encontrados são majorados pelo fator γ_{f3} , que neste caso, deve sempre obedecer a γ_{f3} igual à 1,1. Desta forma, para o dimensionamento no ELU do elemento estrutural o fator γ_f é inteiramente considerado, embora o esforço encontrado seja menor que aquele que seria obtido caso o fator γ_{f3} tivesse sido aplicado ao carregamento solicitante característico num primeiro momento da análise, pois como dito, na NLG não há uma proporção linear entre ação e efeitos. Franco e Vasconcelos (1991) comentam que esta prática é realizada em virtude da análise (considerando a NLG) ser mais refinada, diminuindo as incertezas ponderadas pelo γ_{f3} .

A ABNT NBR 8681:2003 estabelece o valor de ψ_0 de acordo com o tipo de carregamento, da seguinte maneira:

- $\psi_0 = 0,5$ nos casos mais gerais;
- $\psi_0 = 0,7$ para elevada concentração de pesos e pessoas;
- $\psi_0 = 0,8$ em depósitos, arquivos, oficinas e garagens.

2.4 ESTABILIDADE GLOBAL

A estabilidade global de uma estrutura é inversamente proporcional à sua sensibilidade perante os efeitos de 2ª Ordem (KIMURA, 2007). Dessa forma, é possível distinguir um edifício estável de um instável por meio de um cálculo, ou mesmo de uma estimativa, dos efeitos globais de 2ª Ordem que estarão presentes na estrutura.

A ABNT NBR 6118:2014 em seu item 15.2 define o chamado Estado Limite Último de Instabilidade como sendo aquele que é atingido sempre que, ao crescer a intensidade do carregamento e, portanto, das deformações, há elementos submetidos à flexo-compressão em que o aumento da capacidade resistente passa

a ser inferior ao aumento da solicitação. Como dito na seção 2.2, a mesma norma admite que o dimensionamento da estrutura seja realizado dispensando-se os efeitos de 2ª Ordem quando estes forem inferiores a 10% dos respectivos efeitos de 1ª Ordem, pois nesta porcentagem já está inclusa nas incertezas do carregamento de vento.

$$M_{2d} = 1,1M_{1d} \quad (2.82)$$

Onde M_{2d} é o valor de cálculo do momento total que inclui o momento de 2ª Ordem e M_{1d} é o valor de cálculo do momento de 1ª Ordem.

Observa-se, no entanto, que para a determinação do momento M_{2d} é necessário realizar *a priori* uma análise de 2ª Ordem, independente de seus efeitos serem utilizados ou não para o dimensionamento da estrutura. Sendo a análise de 2ª Ordem mais complexa que de 1ª Ordem, verifica-se a conveniência em se analisar a estrutura a partir de parâmetros práticos que auxiliam na decisão de considerar ou não os efeitos de 2ª Ordem, sendo os previstos na norma brasileira o parâmetro α (alfa) e o coeficiente γ_z (gama z).

Adicionalmente, é interessante verificar a relação flecha e altura, que avalia os deslocamentos laterais e seus limites para o Estado Limite de Deformações Excessivas, embora esse parâmetro não seja mais considerado de instabilidade.

2.4.1 Parâmetro de Instabilidade Alfa

O parâmetro α foi introduzido em 1967 por Hurbert Beck e Gert König baseado na teoria de Euler e é utilizado para avaliar a consideração ou não dos efeitos de 2ª Ordem através da rigidez da estrutura. Considere uma coluna reta com comportamento elástico-linear (pequenos deslocamentos) e comprimento “L”, submetida a carregamento vertical distribuído ao longo de sua altura, a equação diferencial que permite a determinação da carga crítica é a que segue:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{P}{EI}y = 0 \quad (2.83)$$

Onde $y(x)$ representa o deslocamento do eixo da barra, medido perpendicularmente a ela, e $P(x) = px$ é a resultante do carregamento vertical distribuído. Lançando-se mão de um artifício algébrico, adotam-se o parâmetro adimensional (abscissa adimensional) $\xi = x/L$, tem-se:

$$x = \xi \cdot L \quad (2.84)$$

Pela regra da cadeia,

$$\frac{dy}{d\xi} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{d\xi} = \frac{dy}{dx} \cdot L$$

Derivando novamente em ξ :

$$\frac{d^2y}{d\xi^2} = \frac{d^2y}{dx^2} \cdot L^2$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d^2y}{d\xi^2} \cdot \frac{1}{L^2} \quad (2.85)$$

Substituindo em (2.83) obtém-se:

$$\frac{d^2y}{d\xi^2} + \frac{PL^2}{EI} \cdot y = 0 \quad (2.86)$$

Ou ainda,

$$\frac{d^2y}{d\xi^2} + \alpha^2 \cdot y = 0 \quad (2.87)$$

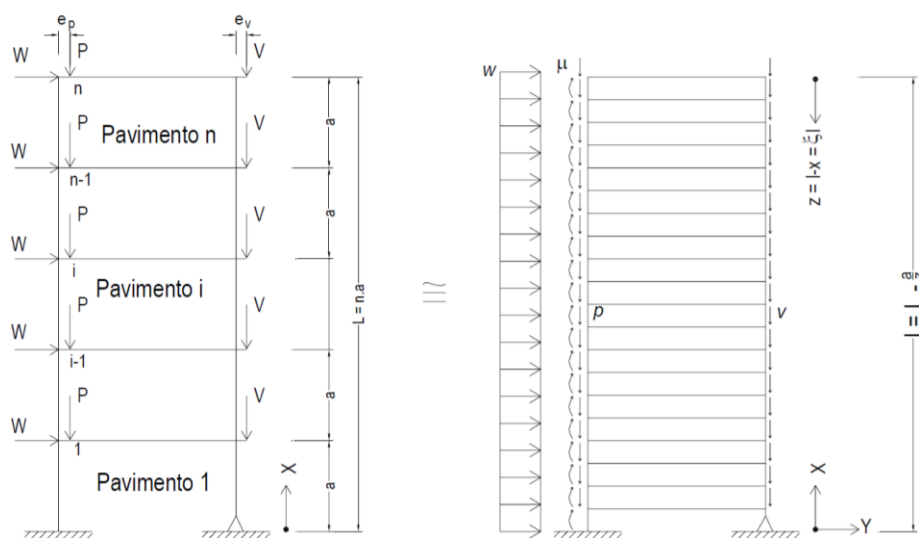
Sendo α^2 um coeficiente adimensional relativo à flambagem da barra. Quando a carga $P(x)$ atinge seu valor crítico P_{cr} (força crítica ou força de Euler), α passa a ser

o autovalor da equação diferencial. A determinação da carga crítica de flambagem, como vista na seção (2.2), pode ser realizada a partir da determinação dos autovalores da equação diferencial da linha elástica. Na prática somente o menor valor do autovalor é que tem relevância, ou como visto na seção (2.2) a primeira carga crítica de Euler.

$$\alpha_{cr}^2 = \frac{P_{cr} L^2}{EI} \quad (2.88)$$

Beck e König (1967) *apud* Vasconcelos (1997) analisaram os valores de α para um edifício de vários pavimentos com pé-direito constante (valor discreto em x), calculando a diferença de deslocamento entre pavimentos (valor discreto em y). Admitindo que os pilares da estrutura estivessem rigidamente ligados entre si e assumindo a existência de um elemento rígido de contraventamento, como um pilar-parede, para que desta forma, fosse possível analisar a estrutura como um pilar único de rigidez equivalente, que sob ação de um mesmo carregamento levaria às mesmas flechas horizontais da estrutura original, transformando assim o discreto em contínuo.

Figura 29 - Sistema discreto e sistema contínuo idealizado
Fonte: Bueno (2009)



Os autores, utilizando o mesmo artifício da abscissa adimensional $\xi = x/L$, chegaram a uma equação diferencial linear não-homogênea de quarta ordem com coeficientes variáveis:

$$y''''(\xi) + \alpha^2 [y'(\xi) \cdot \xi]' = \frac{wL^4}{EI} \quad (2.89)$$

Sendo “w” a carga horizontal uniformemente distribuída na altura “L” da edificação. A solução desta equação foi obtida utilizando funções de Bessel, e a carga “P” do coeficiente de instabilidade da eq. (2.88) assume a forma:

$$P = (p + v)L \quad (2.90)$$

Sendo “p” o carregamento na estrutura de contraventamento e “v” a carga distribuída na estrutura contraventada. Finalmente,

$$\alpha^2 = \frac{PL^2}{EI} = \frac{(p + v)L^3}{EI} \quad (2.91)$$

Em síntese, a verificação da estabilidade do edifício passa a ser a verificação de um pilar de rigidez equivalente cujo parâmetro α é facilmente determinado. Tal simplificação somente é aceitável para um grande número de andares, que os autores admitiram ser maior que quatro pavimentos, para os quais, o valor crítico de α encontrado foi 2,8. Entretanto, para se ponderar um fator de segurança e garantir que os deslocamentos horizontais não sejam muito expressivos, dispensando assim a análise de 2ª Ordem, foi proposta a adoção de um valor limite igual à 0,6 para o parâmetro α .

Vasconcelos (1997), indica para edifícios com menos de 4 andares a seguinte formulação:

$$\alpha^2 = 2,8 - 1,1e^{-0,22n} \quad (2.92)$$

Sendo n o número de pavimentos.

No mesmo trabalho, o autor chega a valores coincidentes com os originais para edifícios acima de 20 andares e valores razoavelmente próximos para edifícios acima de quatro andares, utilizando, entretanto, sistemas computacionais que lhe permitiram analisar a estrutura discreta ao invés da contínua.

O parâmetro α foi incorporado ao CEP-FIP em 1978 e retirado do mesmo em 1990. Já a ABNT NBR 6118 adota o parâmetro desde sua revisão em 2003, utilizando a seguinte formulação:

$$\alpha = H_{tot} \sqrt{N_k / (E_{cs} I_c)} \quad (2.93)$$

Onde H_{tot} é a altura total da estrutura, medida a partir do topo da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo, N_k é o somatório de todas as cargas verticais atuantes na estrutura com seu valor característico.

Segundo Vasconcelos (1985) *apud* Bueno (2009), a validade da utilização deste parâmetro se dá para material dentro do regime elástico e estruturas formadas por elementos pré-moldados, alvenaria auto-portante ou estruturas com núcleos bastante rígidos, como pilares-parede, pois o módulo de rigidez $E_{cs} I_c$ é obtido nestes casos pelo somatório das rigidezes de cada pilar. No caso de estruturas moldadas *in loco* ocorre a solidarização das vigas com pilares imprimindo um acréscimo de rigidez considerável que, se não levado em consideração, resulta em valores de α maiores que realmente representam.

Uma maneira de tratar esta imprecisão é calculando uma rigidez equivalente para o pórtico igualando-o a um pilar de rigidez constante, como esquematizado na Figura 30. Considerando um carregamento horizontal uniformemente distribuído característico, pode-se calcular a flecha horizontal característica f_k do topo do edifício e igualando ao deslocamento do topo de um pilar equivalente em balanço com altura H igual à da edificação e de rigidez $(EI)_k$ constante, sob a ação da mesma carga horizontal característica, chegando assim à expressão:

$$f_k = \frac{q_k H^4}{8EI_k} \quad (2.94)$$

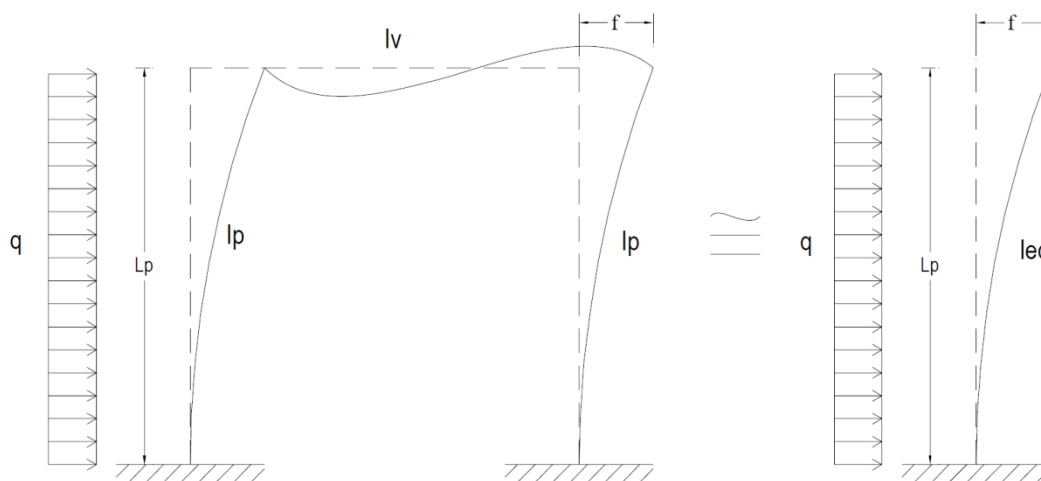
Isolando a rigidez EI, obtém-se o valor equivalente:

$$EI_{kequiv} = \frac{q_k H^4}{8f_k} \quad (2.95)$$

Ficando o parâmetro assim definido:

$$\alpha = H_{tot} \sqrt{N_K / (EI)_{kequiv}} \quad (2.96)$$

Figura 30 - Rigidez equivalente de pórticos
Fonte: Bueno (2009)



A ABNT NBR 6118:2014 adota os seguintes valores para α , que segue as indicações de Franco (1985):

$$\begin{cases} \alpha = 0,2 + 0,1n & \text{para } n \leq 3 \\ \alpha = 0,6 & \text{para } n \geq 4 \end{cases}$$

Sendo n o número de pavimentos.

Estes valores são indicados para edifícios usuais e quando se trata de outras configurações a norma prevê ainda.

- $\alpha = 0,7$ no caso de contraventamento exclusivo de pilares-parede
- $\alpha = 0,5$ no caso de contraventamento exclusivo por pórticos

2.4.2 Gama Z (γ_z)

O parâmetro de instabilidade γ_z foi introduzido por Franco e Vasconcelos (1991), sendo este, largamente utilizado para a análise dos projetos estruturais no Brasil atualmente. O parâmetro mede a sensibilidade de uma edificação com relação aos efeitos de 2ª Ordem, e ainda pode ser utilizado para majorar os efeitos de 1ª Ordem devido às cargas horizontais, obtendo assim, efeitos de 2ª Ordem aproximados.

Sua formulação baseia-se na hipótese de que os acréscimos dos efeitos, no caso os momentos, gerados pela ação de um carregamento vertical na estrutura com os nós deslocados, se desenvolver segundo uma progressão geométrica (PG). Efetuando-se uma análise de 1ª Ordem, o momento de 1ª Ordem M_1 é calculado com relação à base da edificação, além dos respectivos deslocamentos horizontais dos nós da estrutura, formando assim, a primeira configuração deformada da mesma. Em virtude da nova posição deformada, as cargas verticais passam a gerar momentos de 2ª Ordem (ΔM) e consequentemente novos deslocamentos horizontais (ver seções 2.2 e 2.3.2). Este processo se repete gerando acréscimos de momentos que diminuem com a continuidade da iteração até se tornarem insignificantes (no caso de estruturas estáveis). A soma de todos estes acréscimos de momentos e mais o momento de 1ª Ordem M_1 é chamado momento de 2ª Ordem M_2 , como visto anteriormente.

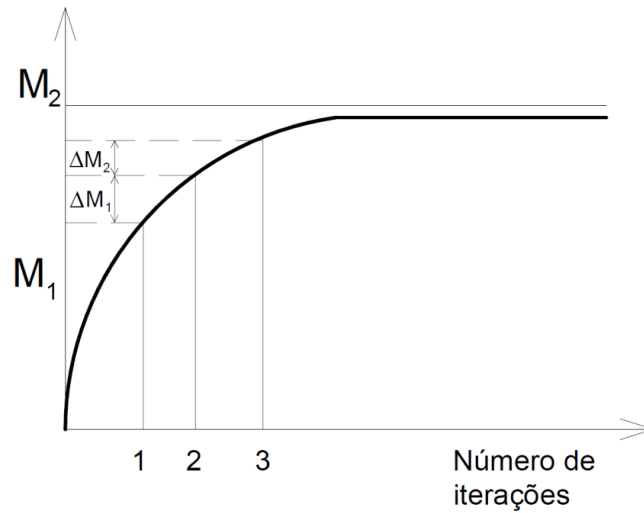
$$M_2 = M_1 + \Delta M_1 + \Delta M_2 + \dots + \Delta M_{j-1} + \Delta M_j \quad (2.97)$$

Onde j é o número total de iterações consideradas para o equilíbrio da estrutura.

O CEP-FIP *Manual of Buckling and Instability* (1978) *apud* Franco e Vasconcelos (1991) sugere que as parcelas do momento M_2 consistem numa progressão geométrica decrescente de razão “ r ”, como representada na Figura 31:

$$r = \frac{\Delta M_1}{M_1} = \frac{\Delta M_2}{\Delta M_1} = \dots = \frac{\Delta M_j}{\Delta M_{j-1}} \quad (2.98)$$

Figura 31 - Determinação do momento final M_2
Fonte: Bueno (2009)



Da equação (2.98) tem-se que, $\Delta M_j = r \cdot \Delta M_{j-1}$, o que leva a rescrever a eq. (2.97) como:

$$M_2 = (1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^j) M_1 \quad (2.99)$$

Tomando o limite de M_2 quando j tende ao infinito obtém-se:

$$\lim_{j \rightarrow \infty} M_2(j) = \frac{1}{1 - r} M_1 \quad (2.100)$$

Ou ainda,

$$M_2 = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_d}{M_{1d}}} M_1 \quad (2.101)$$

Onde $\Delta M_d = P_d \cdot a_d$ representa o acréscimo de momento da primeira análise de 2ª Ordem (P_d é a carga vertical de cálculo e a_d é a flecha de cálculo de 1ª Ordem) e $M_{1d} = F_d \cdot L$ é o momento de 1ª Ordem (F_d é a força horizontal resultante de cálculo e L é a altura do ponto de aplicação da carga horizontal).

O coeficiente γ_z é o termo do segundo membro da eq. (2.101) que majora o momento de 1ª Ordem:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_d}{M_{1d}}} \quad (2.102)$$

Em síntese, o coeficiente γ_z é determinado pela primeira iteração do processo de análise de 2ª Ordem de um sistema estrutural, considerando que a sucessão de efeitos obedecerá a uma progressão geométrica decrescente de razão constante.

Como visto na seção 2.3.2 a ABNT NBR 6118:2014 sugere a consideração do coeficiente $\gamma_{f3} = 1,1$. Desde modo, na formulação do coeficiente γ_z as cargas solicitantes de cálculo devem ser multiplicadas pelo fator γ_f/γ_{f3} e posteriormente, majoradas por γ_{f3} igual a 1,1. Assim, considerando a formulação de segurança, tem-se:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\left(\frac{P_d}{\gamma_{f3}} \cdot \frac{a_d}{\gamma_{f3}} \right)}{\frac{M_{1d}}{\gamma_{f3}}}}$$

Finalmente, para $\gamma_{f3} = 1,1$, o coeficiente γ_z será:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_d}{M_{1d}} \cdot \frac{1}{1,1}} \quad (2.103)$$

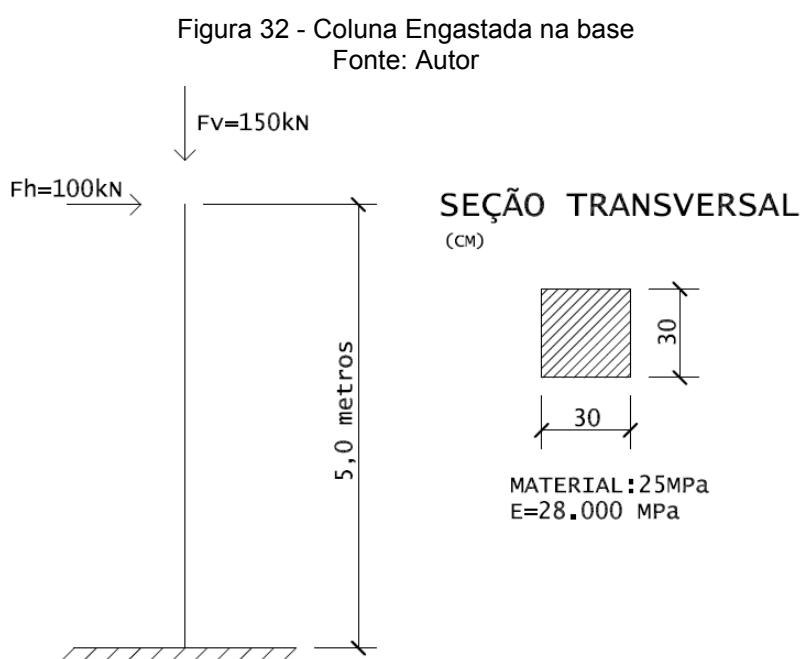
Como consequência natural, já que γ_z majora o momento fletor de 1ª Ordem, considerando o critério de imobilidade dado pela ABNT NBR 6118:2014 e apresentado na seção 2.2, resulta que:

$$\gamma_z \leq 1,1 \quad (2.104)$$

Para estruturas de nós fixos.

A aplicação do coeficiente γ_z se dá no regime elástico, em edifícios regulares com no mínimo quatro pavimentos e a não linearidade física do material deve ser levada em consideração para o cálculo. Uma grande vantagem em sua utilização reside na possibilidade de se aplicar o γ_z como fator majorado dos esforços de 1ª Ordem para o caso de estruturas de nós móveis, no que a ABNT NBR 6118:2014 chama de solução aproximada, como será apresentado com mais detalhes na seção 2.5.3.

Considere uma coluna engastada na base, de material elástico-linear, sujeita a esforços horizontais e verticais característicos como mostra a Figura 32.



A flecha de 1ª Ordem no topo da barra gerada pela carga horizontal é dada pela equação:

$$f_{max} = \frac{1}{3} \frac{PL^3}{EI} \quad (2.105)$$

Segundo a ABNT NBR 6118:2014, item 15.5.1, na análise da estabilidade global que trata a estrutura como um todo, o valor representativo do módulo de deformação secante, pode ser majorado em 10%. O módulo secante de acordo com a ABNT NBR 6118:2014 é calculado da seguinte forma:

$$E_{cs} = \alpha_i E_c$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0$$

$$\alpha_i = 0,8625$$

$$E_{cs} = 0,8625 \cdot 28000 = 24.150 \text{ MPa}$$

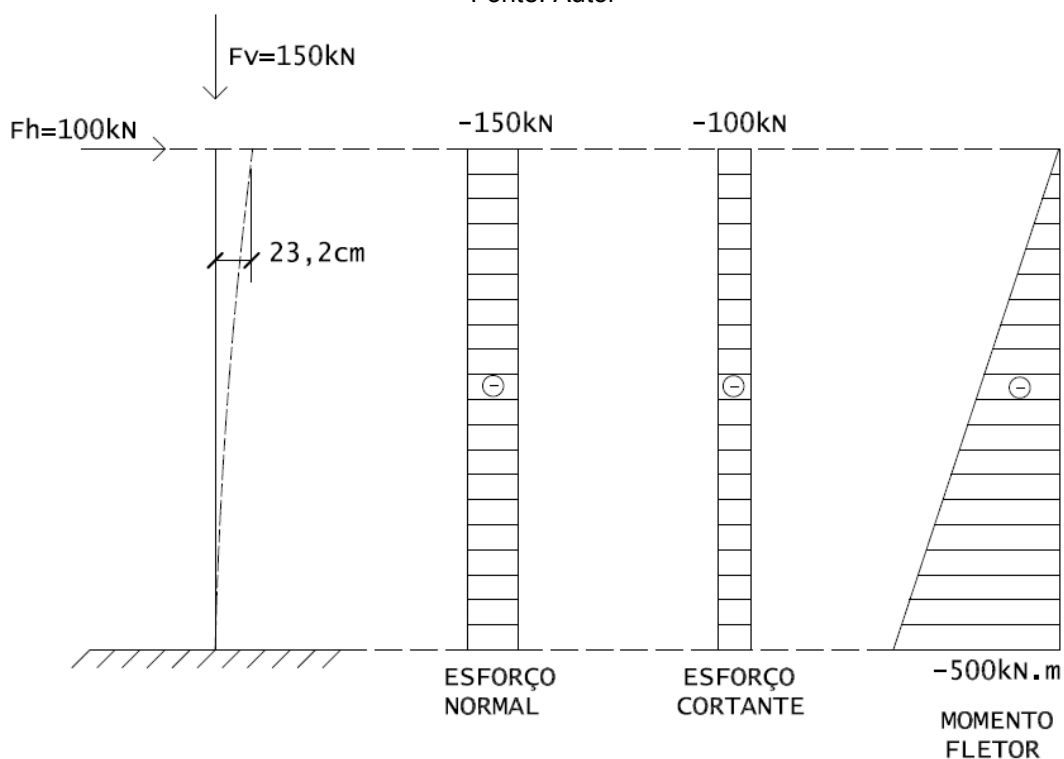
$$1,1 \cdot E_{cs} = 26.565 \text{ MPa}$$

E a flecha será:

$$f_{max} = \frac{1}{3} \frac{10.5^3}{2656500 \cdot 6,75 \times 10^{-4}} = 0,232 \text{ m} = 23,2 \text{ cm}$$

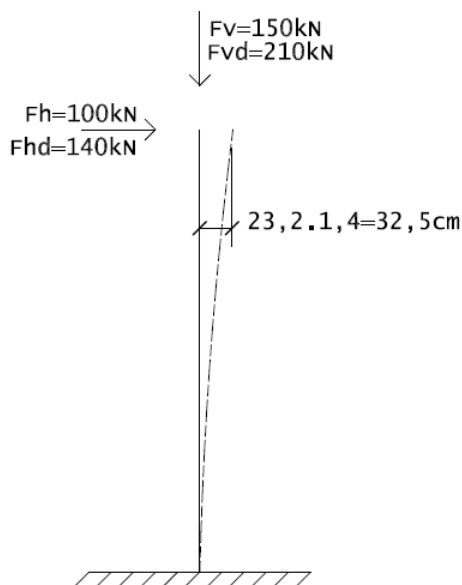
A Figura 33 mostra os resultados para a barra, numa análise de 1ª Ordem.

Figura 33 - Esforços e Flecha de 1º Ordem
Fonte: Autor



De maneira prática, adota-se um coeficiente de segurança γ igual a 1,4, obtendo-se assim, os valores de cálculo mostrados na Figura 34:

Figura 34 - Valores de Cálculo
Fonte: Autor



O valor do coeficiente γ_z será:

$$\Delta M = 210 \cdot 0,3248 = 68,2 \text{ kN.m}$$

$$M_1 = 140 \cdot 5 = 700 \text{ kN.m}$$

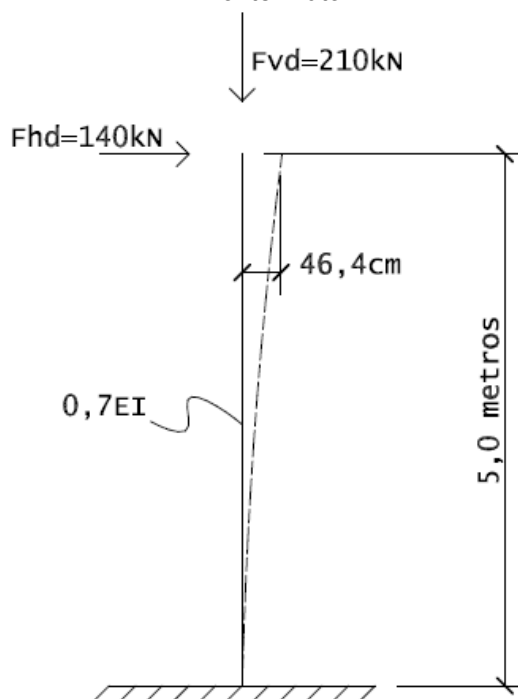
$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{68,2}{700}} = 1,108$$

No entanto, como dito, na aplicação do γ_z a não linearidade física deve ser incorporada ao cálculo, o que remete a uma correção do valor do parâmetro. Conforme visto na seção 2.3.1, a ABNT NBR 6118:2007 previa que, para estruturas contraventadas exclusivamente por vigas e pilares e com um γ_z menor que 1,3 a rigidez dos elementos poderia ser tomada como:

- Pilares e Vigas: $(EI)_{\text{sec}} = 0,7 E_{ci} I_c$

Assim, considerando a nova rigidez, obtém-se uma flecha maior para a barra, como mostrado na Figura 35:

Figura 35 - Flecha para rigidez reduzida
Fonte: Autor



E o valor de γ_z recalculado fica:

$$\Delta M = 210 \cdot 0,464 = 97,4 \text{ kN.m}$$

$$M_1 = 140 \cdot 5 = 700 \text{ kN.m}$$

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{97,4}{700}} = 1,162$$

Observa-se que a consideração da não linearidade física aumenta o valor do coeficiente γ_z , como já era esperado. Resta ainda, considerar a formulação de segurança, com a majoração das forças solicitantes pelo fator γ_f/γ_{f3} .

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{97,4}{700} \cdot \frac{1}{1,1}} = 1,145 \quad (2.106)$$

Como visto, a formulação de segurança provoca uma redução (1,45% neste exemplo) no valor do coeficiente γ_z . Por fim, o valor do coeficiente γ_z para a coluna

analisada, considerando a não linearidade física e a formulação de segurança, é igual a 1,145.

Ressalta-se que a aplicação do coeficiente γ_z não é indicada para uma coluna como a do exemplo analisado, sendo direcionada para o caso de edifícios compostos por múltiplos pavimentos. O exemplo serve apenas para ilustrar os conceitos envolvidos.

2.4.3 Fatores que Influenciam na Estabilidade Global

Vários são os fatores que influenciam na condição de estabilidade de uma edificação. Entretanto, tais fatores não apresentam a mesma relevância. Ao se analisar a formulação dos parâmetros de instabilidade apresentados nas seções 2.4.1 e 2.4.2, verifica-se que os mais influentes na estabilidade de uma estrutura são: o carregamento vertical e a rigidez.

2.4.3.1 Carregamento

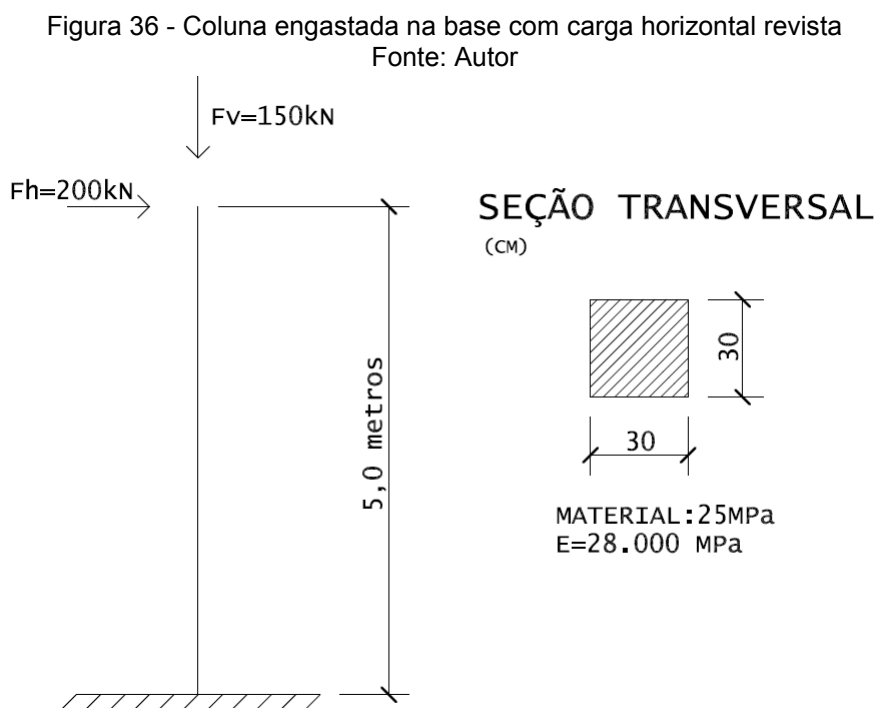
Considere a formulação do parâmetro α , eq. (2.93) mostrada novamente abaixo:

$$\alpha = H_{tot} \sqrt{N_k / (E_{cs} I_c)}$$

Vê-se que um aumento do carregamento vertical (N_k) leva diretamente a um aumento no valor de α . Já um acréscimo no carregamento horizontal não gera mudanças no valor deste parâmetro, apesar do inevitável aumento do deslocamento lateral.

O mesmo pode ser observado para o coeficiente γ_z , pois, num aumento da flecha lateral da edificação, os esforços de 1ª Ordem aumentam na mesma proporção que os de 2ª Ordem e a relação M_{2d}/M_{1d} permanece constante, como se demonstra a seguir.

Considere novamente a coluna da Figura 32 - Coluna Engastada na base, adotando agora uma carga horizontal dobrada, isto é, F_h igual a 200kN ao invés de 100kN, como mostrado na Figura 36.



A flecha horizontal neste caso, já considerando os valores de cálculo e a não linearidade física, será aproximadamente 92,8 centímetros. Assim o coeficiente γ_z será:

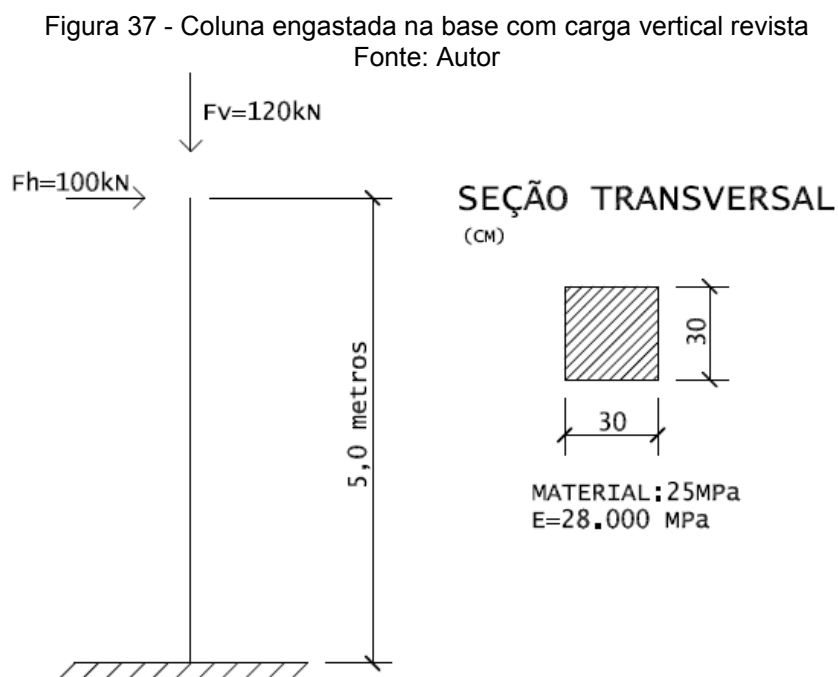
$$\Delta M = 1,4 \cdot 150 \cdot 0,928 = 194,88 \text{ kN.m}$$

$$M_1 = 1,4 \cdot 200 \cdot 5 = 1400 \text{ kN.m}$$

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{19,49}{140} \frac{1}{1,1}} = 1,145 \quad (2.107)$$

Isto é, o mesmo valor encontrado anteriormente. Uma maneira de se melhorar a estabilidade de edifícios altos é reduzir as cargas verticais através da utilização de materiais mais leves (paredes internas de *drywall*, por exemplo), ou ainda, aplicando-se um melhor controle de qualidade nas obras, buscando menores espessuras de revestimentos de paredes e de contrapiso.

Tomando novamente a coluna da Figura 32 - Coluna Engastada na base, considerando agora uma carga vertical reduzida em 20%, isto é, F_v igual a 120kN ao invés de 150kN, como mostrado na Figura 37.



A flecha horizontal do topo, já considerando os valores de cálculo e a não linearidade física, será, como antes, igual a 46,4 centímetros. Assim, o γ_z será:

$$\Delta M = 1,4 \cdot 120 \cdot 0,464 = 77,95 \text{ kN.m}$$

$$M_1 = 100 \cdot 1,45 = 700 \text{ kN.m}$$

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{7,8}{70} \frac{1}{1,1}} = 1,113 \quad (2.108)$$

O que representa uma redução no valor de γ_z igual a 2,81% em comparação com o resultado encontrado em (2.106). Em outras palavras, de maneira simplificada, pode-se concluir que a redução de 20% na carga vertical levou a uma redução no valor do momento de 2ª Ordem de $1,145M_1$ para $1,113M_1$.

2.4.3.2 Rigidez

Intuitivamente, sabe-se que uma estrutura mais rígida é mais estável, tal fato é corroborado nas formulações dos parâmetros de instabilidade apresentados nas seções 2.4.1 e 2.4.2. Assim como no caso do carregamento vertical, é direta a observação de que uma estrutura mais rígida, isto é, um aumento no valor de EI leva a uma diminuição do valor do parâmetro α .

No caso do coeficiente γ_z , um aumento de rigidez leva a menores valores de deslocamentos laterais e consequentemente a menores valores dos momentos de 2ª Ordem, que para uma mesma combinação de carregamento gravitacional e horizontal, resulta numa diminuição do valor do coeficiente.

Edifícios com pilares paredes na região de elevadores e escadas apresentam um grande aumento de rigidez por conta destes elementos, a ponto da ABNT NBR 6118:2014 prever edificações com sistemas de contraventamento exclusivamente formado por esse tipo de elemento. Já para os edifícios mais comuns, os grandes responsáveis pela rigidez são os pórticos. E o arranjo conveniente das seções dos pilares e vigas é o que garante o equilíbrio da edificação em todas as direções.

Martins (2001) modelou em elementos finitos, edificações formadas por lajes, vigas e pilares, incluindo um pilar em formato de “U” na região dos elevadores, e concluiu que a consideração da rigidez à flexão transversal das lajes influencia significativamente o comportamento estrutural dos edifícios, reduzindo os deslocamentos laterais da edificação, favorecendo a estabilidade global e reduzindo os parâmetros de instabilidade Alfa e Gama Z.

“[...] Isto ocorre porque as lajes, com o modelo estrutural adotado, têm uma participação mais efetiva na iteração dos esforços e deslocamentos com os demais elementos (vigas, pilares e núcleo), em comparação a outros modelos que as consideram apenas como diafragmas totalmente flexíveis fora do seu plano. [...] para alguns casos a influência da rigidez transversal da laje chegou a ser tão significativa, que em teoria de 2ª Ordem considerando a rigidez transversal da laje, os deslocamentos foram menores do que no modelo em teoria de 1ª

Ordem sem a consideração da rigidez à flexão das lajes [...]”.
(Martins, 2001).

Resultados semelhantes foram encontrados por Feitosa e Alves (2015), que modelaram no programa comercial CAD/TQS, edifícios de múltiplos andares formados exclusivamente por lajes lisas com núcleo rígido. Os autores ora consideraram as lajes como elementos resistentes aos esforços horizontais, incluindo a rigidez à flexão transversal das lajes ao pórtico da edificação, ora a desprezaram, considerando apenas o seu efeito de diafragma rígido. Nestes modelos as lajes foram simuladas por grelhas, ao invés de elementos de placa com fez Martins (2001). De qualquer maneira, os autores observaram que os modelos que não consideravam a rigidez à flexão transversal das lajes, levaram a resultados de deslocamentos horizontais e esforços nos pilares muito superiores àqueles encontrados nos modelos que consideravam a rigidez à flexão transversal das lajes. Embora os autores não tenham chegado a resultados conclusivos, recomendaram fortemente a consideração da rigidez à flexão transversal das lajes, principalmente na análise de estabilidade global de edifícios formados exclusivamente por lajes lisas, sobre o risco de se inviabilizar financeiramente ou arquitetonicamente esta concepção estrutural de maneira provavelmente equivocada.

2.5 DETERMINAÇÃO DOS MOMENTOS DE 2ª ORDEM GLOBAIS

Quando a estrutura é classificada como de nós móveis, é necessário implementar um método numérico para se determinar os valores dos momentos de 2ª Ordem finais atuantes na mesma, levando-se em consideração a NLG e a NLF. Como visto nas seções 2.1, 2.2 e 2.3, a determinação de tais momentos, leva à necessidade de se aplicar procedimentos iterativos, já que a geometria deformada da estrutura não é conhecida *a priori*, e varia à medida que novos incrementos de carga são aplicados.

Existem vários procedimentos de cálculo para a análise e dimensionamento de estruturas de nós móveis, dos mais simples aos mais complexos. Cada um deles considera as não linearidades dos materiais de maneiras diferentes e a escolha do método apropriado dependerá da importância da obra e sua sensibilidade aos

efeitos de 2ª Ordem, (FRANCO, 1985). A seguir são apresentados três métodos utilizados para a resolução de estruturas de nós móveis.

2.5.1 Método Exato

O método exato considera de maneira rigorosa as não linearidades na análise de 2ª Ordem. A partir da definição preliminar da geometria e armaduras de cada elemento da estrutura, são estimados os valores iniciais de rigidez flexional e axial dos mesmos. A NLF é considerada através de relações de Momento-Curvatura para cada nível de carregamento analisado, com os valores de rigidez corrigidos para cada novo incremento de carga.

“[...] O problema, entretanto está em aplicá-lo às estruturas de edifícios altos com muitos elementos, o que aumentaria sensivelmente o custo e o tempo de processamento. Ou seja, este método é o mais geral, porém, a consideração da NLF, da forma como foi descrita, é trabalhosa e difícil de aplicar nos casos de estruturas de grande porte.” (Carmo, 1995).

Para a NLG, considera-se a estrutura na posição deformada através de uma análise de 2ª Ordem. A matriz de rigidez da estrutura é corrigida através da atualização da geometria deformada para cada ciclo de incremento de carga. A maneira como se altera, ou melhor, se corrige a matriz de rigidez, depende da metodologia adotada por cada autor e programa que trabalha para este fim, tendo em mente o custo computacional de se montar a matriz várias vezes ao longo do processo. Segundo Corrêa (1991) *apud* Carmo (1995), o problema a ser resolvido pode ser transformado em uma sequência de análises lineares, sendo possível decompor a matriz de rigidez global da estrutura em matrizes incrementais dependentes dos deslocamentos nodais.

“[...] A consideração da NLG, por sua vez não complica o processo uma vez que envolve menor número de transformações e o desenvolvimento dos equipamentos e métodos de cálculo a viabiliza. O que se tem feito é desenvolver programas que realizem a modificação na matriz de rigidez da

estrutura conforme foi visto, considerando a NLF através do cálculo aproximado da redução da rigidez EI [...]” (Carmo, 1995).

2.5.2 Método P- Δ

O método P- Δ é um procedimento iterativo utilizado na análise de 2ª Ordem de estruturas, onde o efeito dos deslocamentos laterais sucessivos é transformado em forças horizontais equivalentes. A concepção do método é amplamente utilizada em programas comerciais, incluindo o CAD/TQS que será abordando na seção 3.2, para consideração da não linearidade geométrica e efeitos de 2ª Ordem.

[...] o que se chama P- Δ consiste numa análise não linear geométrica [...]. Trata-se de um processo numérico que busca a posição final de equilíbrio da estrutura de forma iterativa, por meio de sucessivas correções na matriz de rigidez (incorporação da matriz de rigidez geométrica $[K_g]$), de tal forma a flagrar o aparecimento de esforços adicionais na estrutura à medida que a estrutura se deforma. [...] (Manual TQS 2013).

Na literatura, há diversos métodos que levam em conta este processo, tais como: Método de Dois Ciclos Iterativos, Método da Carga Lateral Fictícia, Método da Carga de Gravidade Iterativa e Método da Rigidez Negativa (MONCAYO, 2011). Dentre estes, apresenta-se brevemente o Método da Carga Lateral Fictícia.

O Método da Carga Lateral Fictícia consiste em se realizar uma análise de 1ª Ordem numa dada estrutura (configuração inicial indeformada) considerando os carregamentos horizontais e verticais, e a partir dos deslocamentos (Δ) obtidos desta análise, definir cargas horizontais fictícias, equivalentes ao carregamento de 2ª Ordem, a serem consideradas numa nova análise. A cada nova análise, obtêm-se novas forças laterais fictícias, que tendem a diminuir à medida que a estrutura converge para uma posição de equilíbrio. A iteração é interrompida quando o efeito da n-énésima carga fictícia é pequeno quando comparado ao efeito da carga fictícia anterior.

A formulação para a obtenção da força horizontal fictícia do i-énésimo andar é como segue:

$$H_i = \left[\frac{\sum P_{i-1}}{h_{i-1}} \cdot (\Delta_i - \Delta_{i-1}) \right] - \left[\frac{\sum P_i}{h_i} \cdot (\Delta_{i+1} - \Delta_i) \right] \quad (2.109)$$

Onde:

- P_{i-1} e P_i são as forças verticais acumuladas até os pavimentos i-1 e i respectivamente;
- Δ_{i-1} , Δ_i , Δ_{i+1} são os deslocamentos dos andares i-1, i e i+1 respectivamente;
- h_{i-1} e h_i são os pé-direitos dos andares i-1 e i respectivamente.

Procedimento:

1. Efetua-se a análise de 1ª Ordem da estrutura, calculando-se os deslocamentos considerando a posição indeformada da estrutura. A partir desta análise, determinam-se os deslocamentos relativos entre pavimentos (Figura 38).
2. Com os valores dos deslocamentos relativos, obtêm-se os momentos proporcionais em virtude das ações das forças verticais atuantes nos nós da estrutura.
3. Os momentos obtidos, então, são substituídos por binários equivalentes constituídos de forças horizontais, cujas resultantes são as chamadas forças horizontais fictícias (Figura 39).
4. Somam-se as forças horizontais obtidas às atuantes e recalculam-se os deslocamentos horizontais, novamente a partir de uma análise de 1ª Ordem (configuração não deformada). É neste procedimento que reside a facilidade da aplicação do método.
5. Segundo MacGregor e Wight (2005) *apud* Bueno (2009), recomenda-se que no caso das flechas crescerem mais de 2,5% de uma iteração para outra, deve-se continuar até que este limite seja atendido.

Figura 38 - Deslocamento relativo entre pavimentos
Fonte: Moncayo (2011)

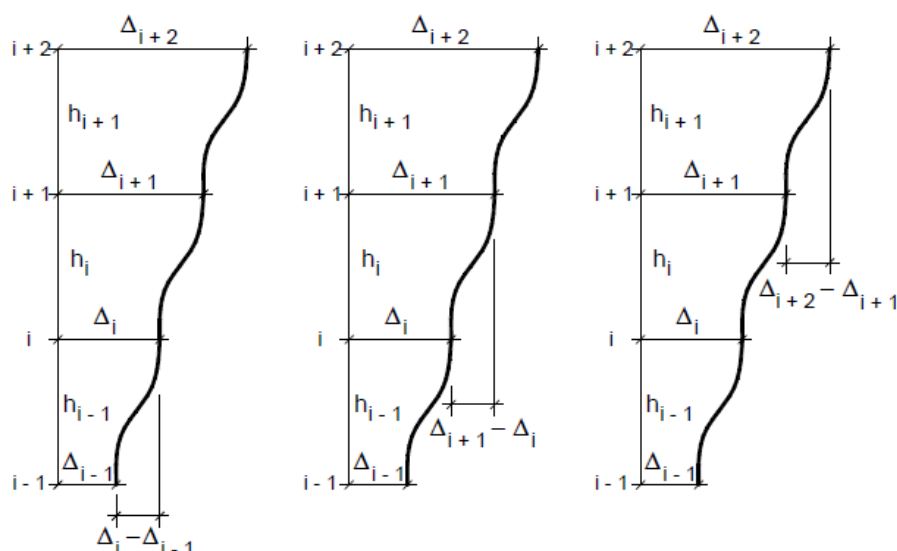
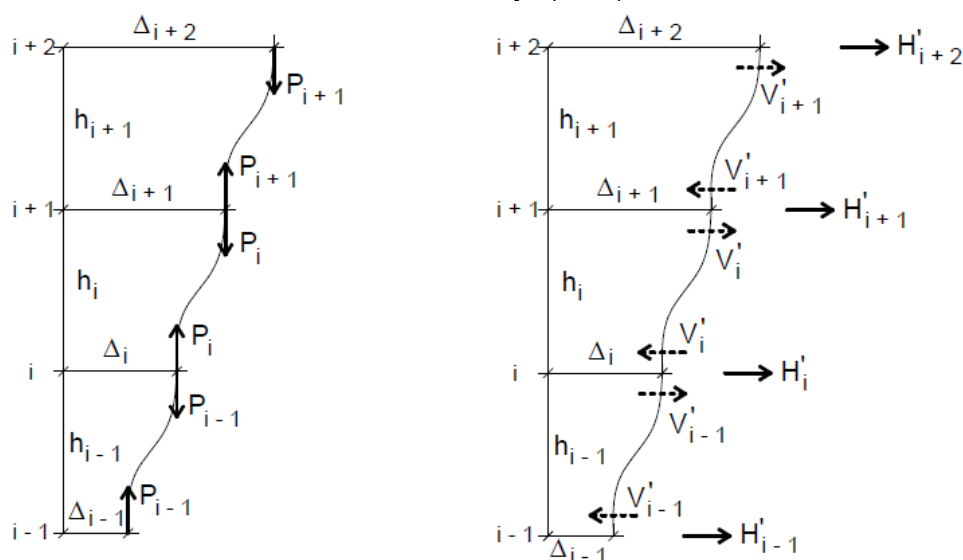


Figura 39 - Determinação das forças horizontais fictícias
Fonte: Moncayo (2011)



Quanto à aplicação do método ressalta-se que, a NLF pode ser considerada, seja pela redução direta do valor da rigidez do material, seja por ajuste do valor da rigidez através do diagrama momento-curvatura para cada iteração do método, sendo esta última a que apresenta os melhores resultados.

Adicionalmente, uma recomendação citada por diversos autores, diz respeito a uma correção no valor das flechas intermediárias obtidas pelo método. O diagrama de momento do método P- Δ para uma coluna, tem a mesma forma curva da deflexão desta, e quando se substitui os momentos pela força fictícia equivalente, o diagrama

se torna retilíneo como o do momento de 1ª Ordem $F_h \cdot L$ (F_h sendo a força horizontal original e L a altura da coluna). Com isso, a área do diagrama real de $P-\Delta$ é maior que a gerada pelas cargas fictícias, obtendo deslocamentos finais menores do que os reais. O fato é que, aquilo que torna o método simples de aplicar, causa um pequeno erro. Segundo MacGregor e Wight (2005) *apud* Bueno (2009), o aumento nos deslocamentos varia de acordo com a rigidez dos pórticos, indo de zero a 22%, sendo este último para pilares com as extremidades completamente impedidas de girar. Os autores sugerem que se considere um valor médio de 15% e com isso o processo estaria corrigido se a força equivalente utilizada fosse multiplicada por um fator de flexibilidade γ , que varia de 1,0 a 1,22, podendo ser considerado 1,15 para estruturas usuais.

Considere novamente a coluna da Figura 32, como antes, a flecha no topo da coluna considerando as imperfeições físicas do material e os valores de cálculo, é de 0,464 metros (Δ). Assim, o momento na base do pilar será:

$$M_2 = F_{hd} \cdot L + F_{vd} \cdot \Delta$$

$$M_2 = 100 \cdot 1,45 + 150 \cdot 1,4 \cdot 0,464 = 797,44 \text{ kN.m}$$

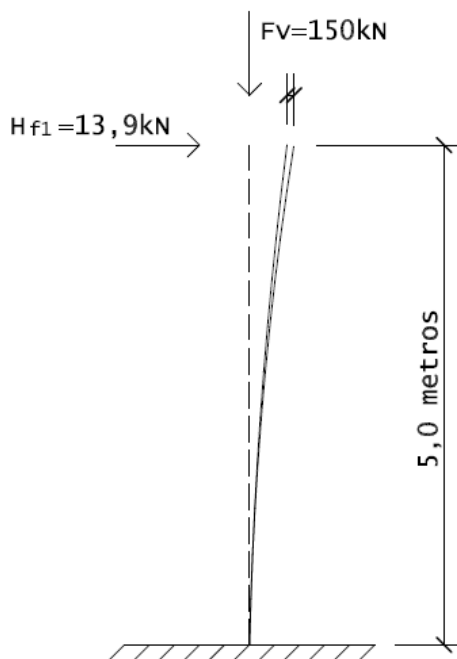
E a primeira força horizontal fictícia será:

$$H_{f1} = \frac{F_{vd}}{L} \cdot \Delta = \frac{150}{5} \cdot 0,464 = 13,9 \text{ kN} \quad (2.110)$$

E o deslocamento horizontal considerando a primeira força horizontal fictícia (ver Figura 40) será:

$$\Delta_1 = \frac{1}{3} \frac{H_{f1d} L^3}{0,7EI} = 0,0647 \text{ m} \quad (2.111)$$

Figura 40 - Deslocamento Horizontal Δ_1
Fonte: Autor



Assim, um novo momento na base do pilar pode ser calculado:

$$M_3 = M_2 + F_{vd} \cdot \Delta_1$$

$$M_3 = 797,44 + 150 \cdot 1,40,046 = 811,0 \text{ kN.m}$$

Pode-se avaliar a precisão do momento obtido calculando-se o erro percentual a cada iteração. A título de exemplo realiza-se a iteração até que o erro seja menor que 0,1%. Adicionalmente, seguindo a recomendação de MacGregor e Wight (2005) *apud* Bueno (2009), verifica-se o acréscimo percentual da flecha.

$$e = \frac{M_3 - M_2}{M_3} = 1,675\% \quad (2.112)$$

Calculando a segunda força horizontal fictícia:

$$H_{f2} = \frac{F_v}{L} \cdot \Delta_1 = \frac{150}{5} 0,0647 = 1,941 \text{ kN} \quad (2.113)$$

E o deslocamento horizontal da segunda força fictícia será:

$$\Delta_2 = \frac{1}{3} \frac{H_{f2d} L^3}{0,7EI} = 0,009 \text{ m} \quad (2.114)$$

Sendo o novo momento na base do pilar:

$$M_4 = M_3 + F_{vd} \cdot \Delta_2$$

$$M_4 = 811 + 150.1,4.0,009 = 812,9 \text{ kN.m}$$

Com o erro de:

$$e = \frac{M_4 - M_3}{M_4} = 0,23\% \quad (2.115)$$

E a diferença percentual das flechas entre as duas iterações é de:

$$\begin{aligned} f\% &= \left(1 - \frac{\text{flecha}_{\text{inicial}} + \Delta_1}{\text{flecha}_{\text{inicial}} + \Delta_1 + \Delta_2}\right) 100\% \\ &= \left(1 - \frac{0,464 + 0,0647}{0,464 + 0,0647 + 0,009}\right) \cdot 100\% = 1,67\% \end{aligned} \quad (2.116)$$

Terceira força horizontal fictícia;

$$H_{f3} = \frac{F_v}{L} \cdot \Delta_2 = \frac{150}{5} 0,009 = 0,27 \text{ kN} \quad (2.117)$$

Deslocamento horizontal devido à terceira força horizontal fictícia;

$$\Delta_3 = \frac{1}{3} \frac{H_{f3d} L^3}{0,7EI} = 0,00125 \text{ m} = 0,125 \text{ cm} \quad (2.118)$$

Novo momento na base do pilar;

$$M_5 = 812,9 + 150.1,4.0,00125 = 813,2 \text{ kN.m}$$

Erro:

$$e = \frac{M_5 - M_4}{M_5} = 0,0323\% \quad (2.119)$$

Flecha percentual:

$$\begin{aligned} f\% &= \left(1 - \frac{\text{flecha}_{\text{inicial}} + \Delta_1 + \Delta_2}{\text{flecha}_{\text{inicial}} + \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3}\right) 100\% \\ &= \left(1 - \frac{0,464 + 0,0647 + 0,009}{0,464 + 0,0647 + 0,009 + 0,00125}\right) \cdot 100\% = 0,232\% \end{aligned} \quad (2.120)$$

Alcançado um erro menor que 0,1%. Poder-se-ia interromper a iteração antes, considerando o acréscimo de flecha inferior a 2,5%. O resultado do processo do P-Delta para o exemplo foi então 813,2 kN.m como momento final de 2ª Ordem.

2.5.3 Método Simplificado

Alternativamente ao uso do método P- Δ , existem outros métodos mais simples para a determinação dos esforços de 2ª Ordem. A ABNT NBR 6118:2014 no item 15.7.2, indica o próprio γ_z como valor majorado para os momentos de 1ª Ordem encontrados.

Ao se efetuar a análise de 1ª Ordem e calcular o coeficiente γ_z , pode-se classificar a estrutura como de nós fixos ou nós móveis. Neste último caso, o valor do momento de 2ª Ordem aproximado pode ser obtido pela majoração do momento de 1ª Ordem pela fórmula:

$$M_{2^\circ \text{ ordem}} = 0,95\gamma_z \cdot M_{1^\circ \text{ ordem}} \quad (2.121)$$

Como dito, a não linearidade física deve ser obrigatoriamente considerada, podendo, no entanto, ser utilizada a simplificação apresentada na seção 2.3.1. Ainda segundo a ABNT NBR 6118:2014, o procedimento é válido para valores de $\gamma_z \leq 1,3$, pois com o aumento do coeficiente a aproximação cai gradativamente e este se torna impreciso.

Tomando-se o valor do momento de 1ª Ordem encontrado na seção 2.4.2 e multiplicando pelo valor do coeficiente γ_z encontrado também naquela seção, tem-se:

$$M_2 = 0,95.1.145.700 = 761,4 \text{ kN.m} \quad (2.122)$$

Este valor é 6,37% menor que o encontrado para o momento de 2ª Ordem através do método P-Delta. Observa-se ainda que, considerando o valor integral de γ_z , obtém-se um momento de 2ª Ordem igual a 801,5 kN.m e uma diferença percentual de 1,44% em relação ao momento de 2ª Ordem obtido pelo método P-Delta. Obviamente o exemplo adotado é muito simples, e fora da realidade de uma edificação, no entanto, Lima (2001) *apud* Moncayo (2011), em seu estudo, indica que a utilização do valor integral de γ_z resulta em valores mais próximos dos obtidos pelo método P- Δ , do que ao se utilizar a formulação da ABNT NBR 6118:2014. Carmo (1995) e Pinto (1997) *apud* Moncayo (2011) chegam a conclusões semelhantes.

2.6 SISTEMA DE CONTRAVENTAMENTO

Dada a ausência de vigas nos edifícios de lajes lisas, um sistema de contraventamento formado por pórticos capazes de resistir às solicitações laterais de vento e sismos, não seria possível. No entanto, conforme prescreve a norma brasileira em seu item 13.2.4, a espessura mínima para lajes maciças lisas, isto é, sem vigas, é de 16 cm, sendo comum para as lajes protendidas espessura de 18 cm ou mais. Tal espessura seria o suficiente para garantir o efeito do diafragma rígido e consequentemente o travamento dos pilares, permitindo desta forma a consideração da inércia equivalente de todos os pilares ao sistema de contraventamento do edifício e garantindo a compatibilidade dos deslocamentos laterais em cada pavimento.

Os principais sistemas de contraventamento utilizados em edifícios de lajes lisas são apresentados nas seções 2.6.1, 2.6.2 e 2.6.3.

2.6.1 Núcleo Rígido

O núcleo rígido em edifícios com lajes lisas (protendidas, por exemplo) é comumente formado por pilares-paredes de concreto armado em formato de "U" ou "L", localizados nas regiões das caixas de elevadores e escadas (ver Figura 41). CHING *et al.* (2009) recomendam um posicionamento centralizado para os núcleos rígidos afim de se evitar excentricidades entre o centro de massa e centro de rigidez do edifício (como na Figura 42) . Mas salienta que, independente da posição o ideal é a utilização de um elemento fechado, em formato de tubo, podendo inclusive ser enrijecido por barras metálicas.

Figura 41 - Núcleos rígidos em planta
Fonte: Silveira (2012)

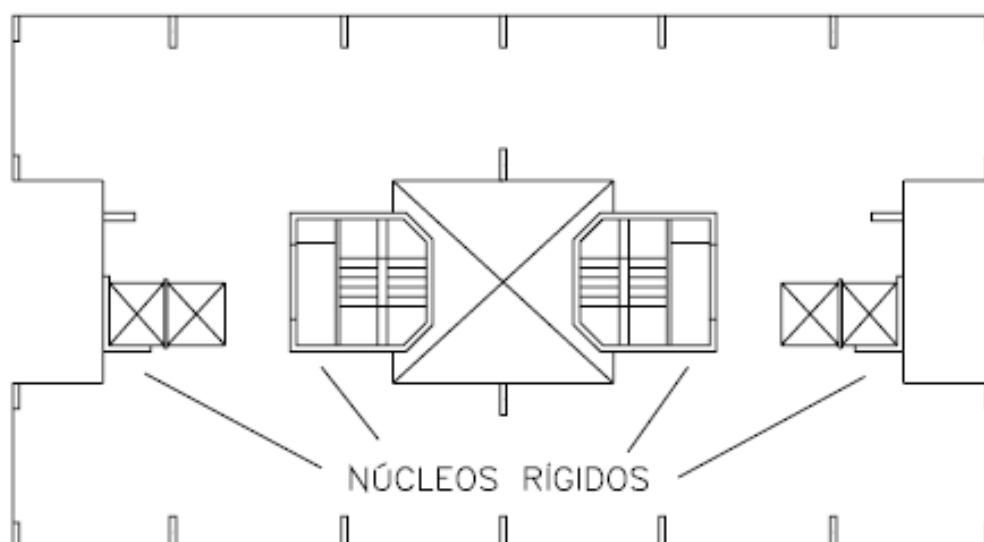
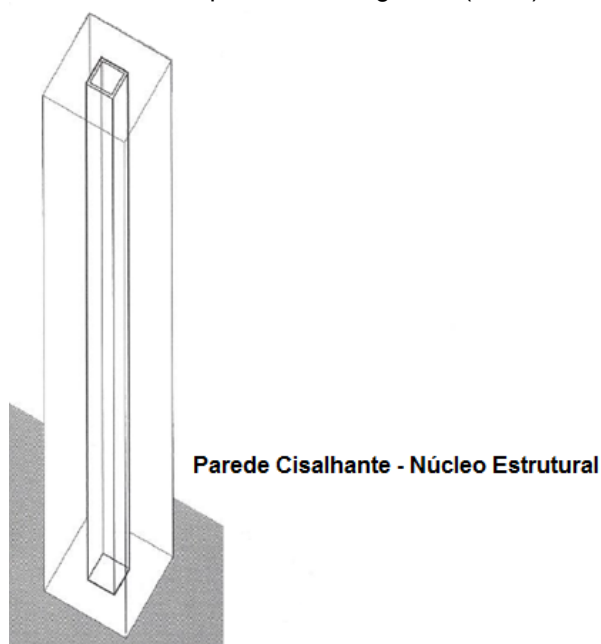


Figura 42 - Sistema de contraventamento por núcleo rígido - Paredes cisalhantes
 Fonte: Adaptado de Ching et al. (2009)

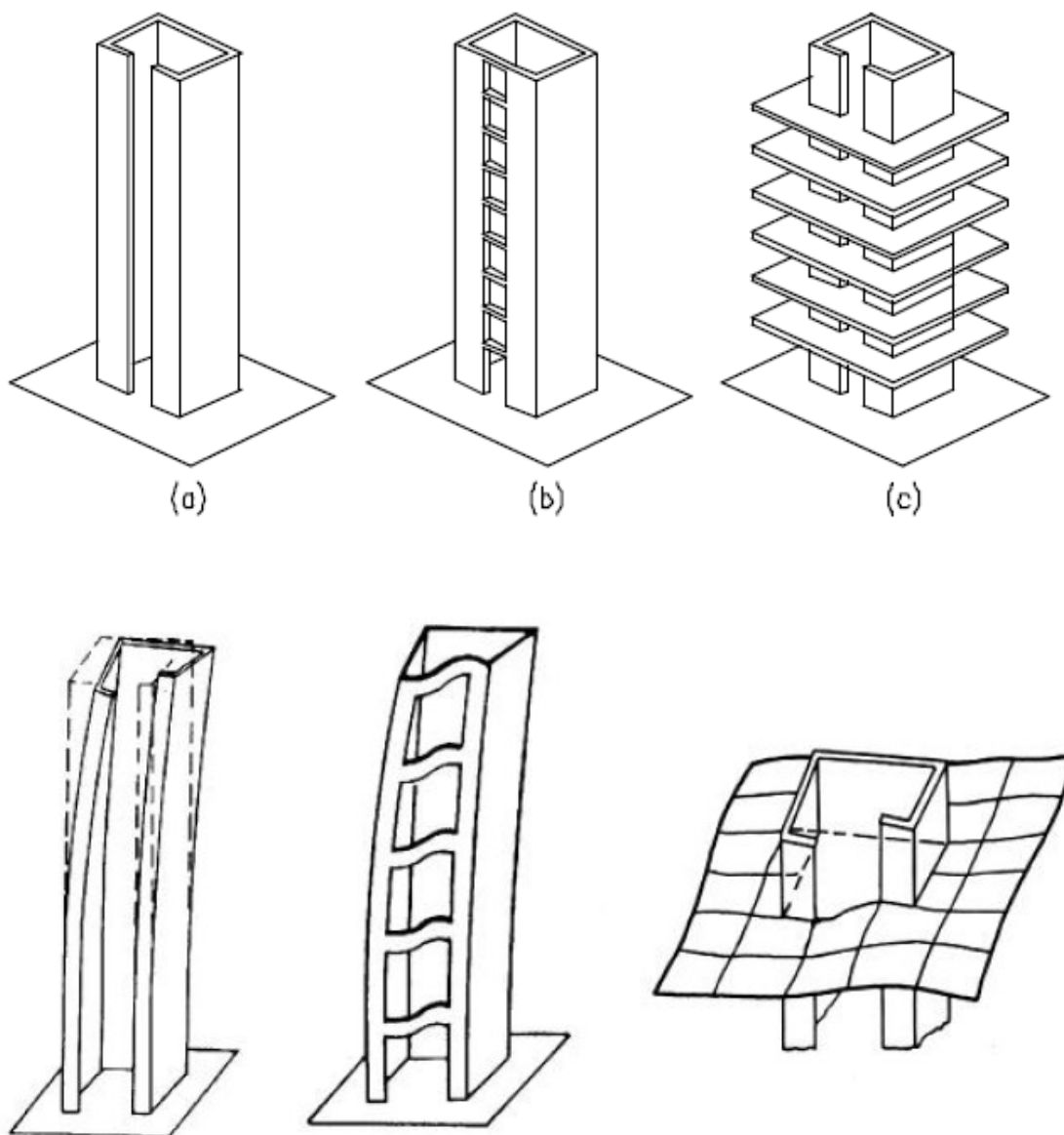


A consideração da rigidez à flexão transversal das lajes, associada com vigas normalmente localizadas sobre vãos de portas de elevadores, enrijecem o núcleo estrutural restringido parcialmente o empenamento da seção (ver Figura 43), reduzindo assim os deslocamentos laterais, e consequentemente os efeitos de 2ª Ordem.

“Os núcleos estruturais sendo parcialmente fechados pelas vigas, lintéis ou lajes, estes elementos contribuem com suas resistências à flexão para diminuir o empenamento. [...]. Segundo MATIAS JR. (1997) a característica principal que distingue os núcleos estruturais dos demais sistemas estruturais é a sua capacidade de absorver as cargas horizontais. [...] Sendo os núcleos estruturais parcialmente fechados pelas vigas, lintéis ou lajes, estes elementos contribuem com suas resistências à flexão para diminuir as deformações na direção do empenamento. Em alguns edifícios altos eles podem isoladamente constituir a estrutura, absorvendo tanto os esforços horizontais como verticais; nestes casos as tensões devido às deformações por flexão e empenamento podem ter a mesma ordem de grandeza, devendo ser ambas consideradas, o que exige conhecimentos da teoria da flexo-torção.

[...] No exemplo [...] formado por dois núcleos simétricos, deve-se salienta que quando não se considera a rigidez da laje, os esforços normais no núcleo, esforço normal e bimomento, são nulos. Porém quando se considera a rigidez transversal à flexão há o impedimento parcial do empenamento do núcleo na direção longitudinal de sua seção transversal, e portanto aparecem os esforços normais e os bimomentos, que são iguais e de sinais opostos. [...].” (Martins,2001)¹

Figura 43 - Restrição ao empenamento do núcleo rígido
Fonte: Martins (2001)

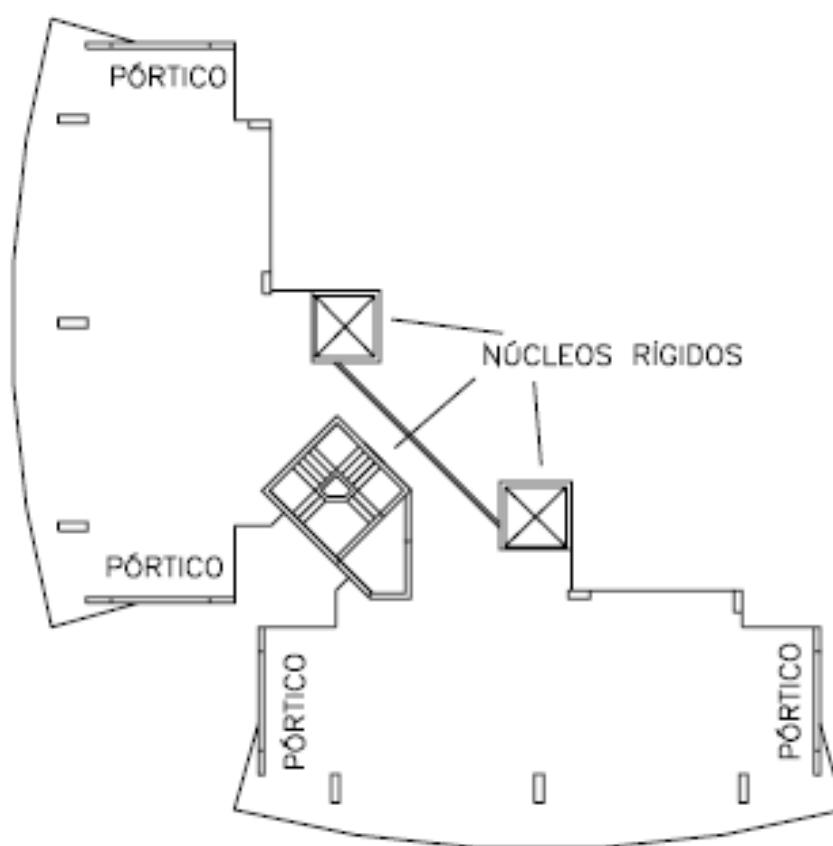


¹ Matias Jr. (1997) descreve o núcleo rígido com um perfil delgado aberto submetido à torção. O que faz suas seções transversais originalmente planas, empenarem, gerando tensões normais de tração e compressão. Integrando-se as tensões ao longo da seção transversal obtém-se a grandeza introduzida por Vlassov (1962) denominada Bimomento.

2.6.2 Núcleo Rígido e Pórticos

Lançando-se mão de pórticos de alta rigidez, formados por vigas altas ligadas a alguns pilares, convenientemente posicionados, é possível associar os dois sistemas de contraventamento. Os pórticos mostrados na Figura 44 podem ser indicados para situações onde uma planta baixa de grande área não possui os núcleos rígidos convenientemente espaçados.

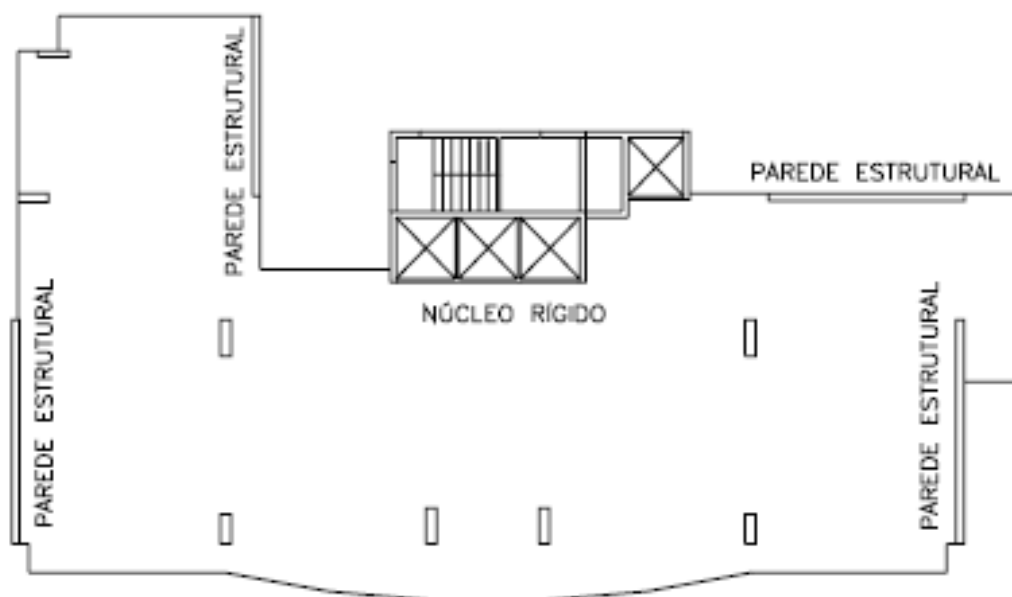
Figura 44 - Núcleo rígido e pórtico
Fonte: Silveira (2012)



2.6.3 Núcleo Rígido e Paredes Estruturais

Poder-se-ia ao invés de usar pórticos, associar os núcleos rígidos a outros pilares-parede, convenientemente posicionados e, assim como no caso dos pórticos, com suas direções de maior rigidez perpendiculares entre si, para estabilizar a edificação em todas as direções (como mostrado na Figura 45).

Figura 45 - Núcleo rígido em planta com pilares-parede
Fonte: Silveira (2012)



A Figura 46 mostra um gráfico esquemático com os principais sistemas de contraventamento internos utilizados em edifícios, isto é, com a estrutura de contraventamento centralizada nos edifícios. Já a Figura 47 mostra os principais sistemas de contraventamento externos. Observa-se que segundo CHING *et al.* (2009), os edifícios do tipo estudado neste trabalho, poderiam alcançar até 60 andares de altura (aproximadamente 180 metros).

Figura 46 - Gráfico esquemático de tipos de estrutura em função do número de andares

Fonte: Adaptado de Ching *et al.* (2009)

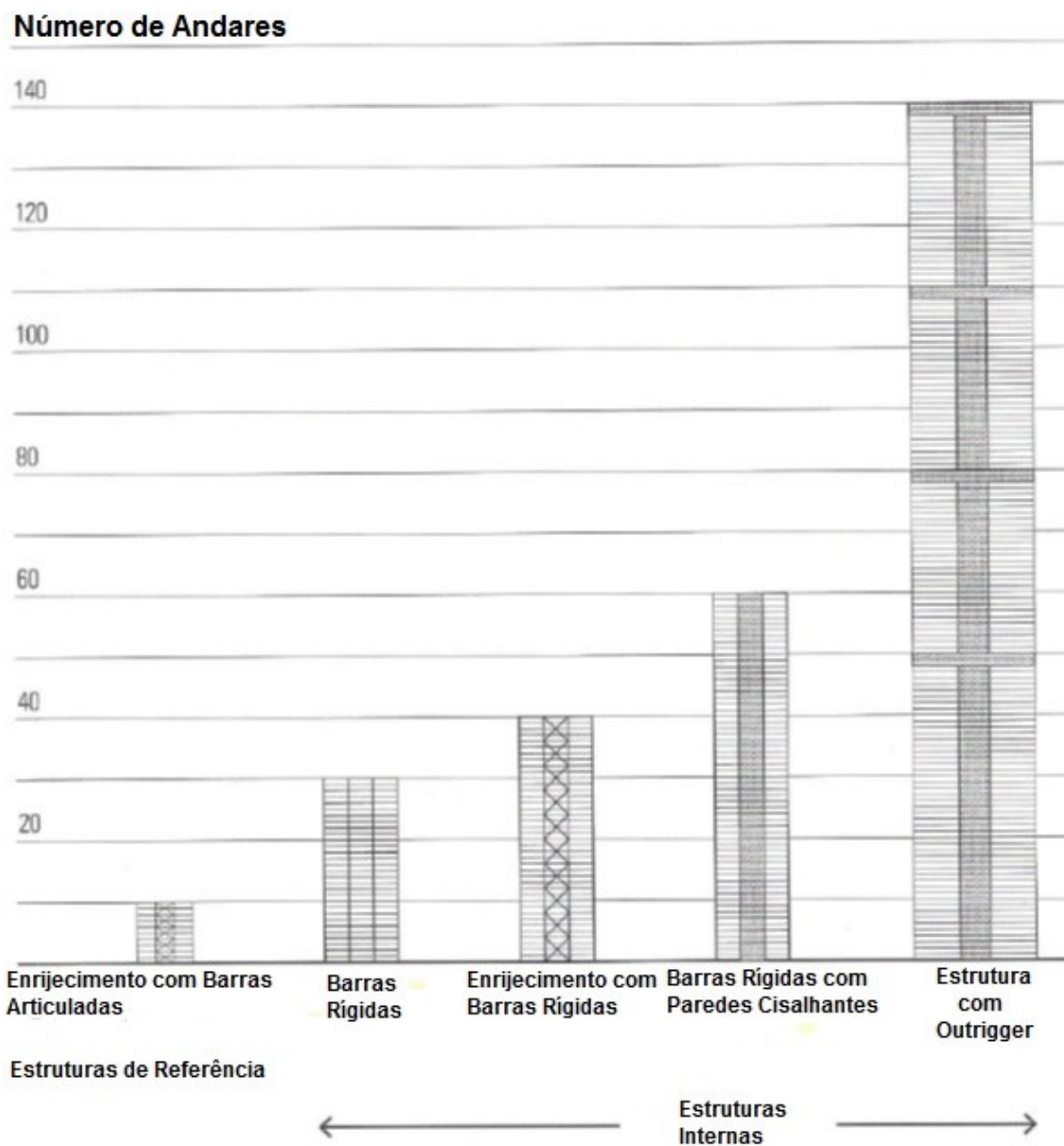
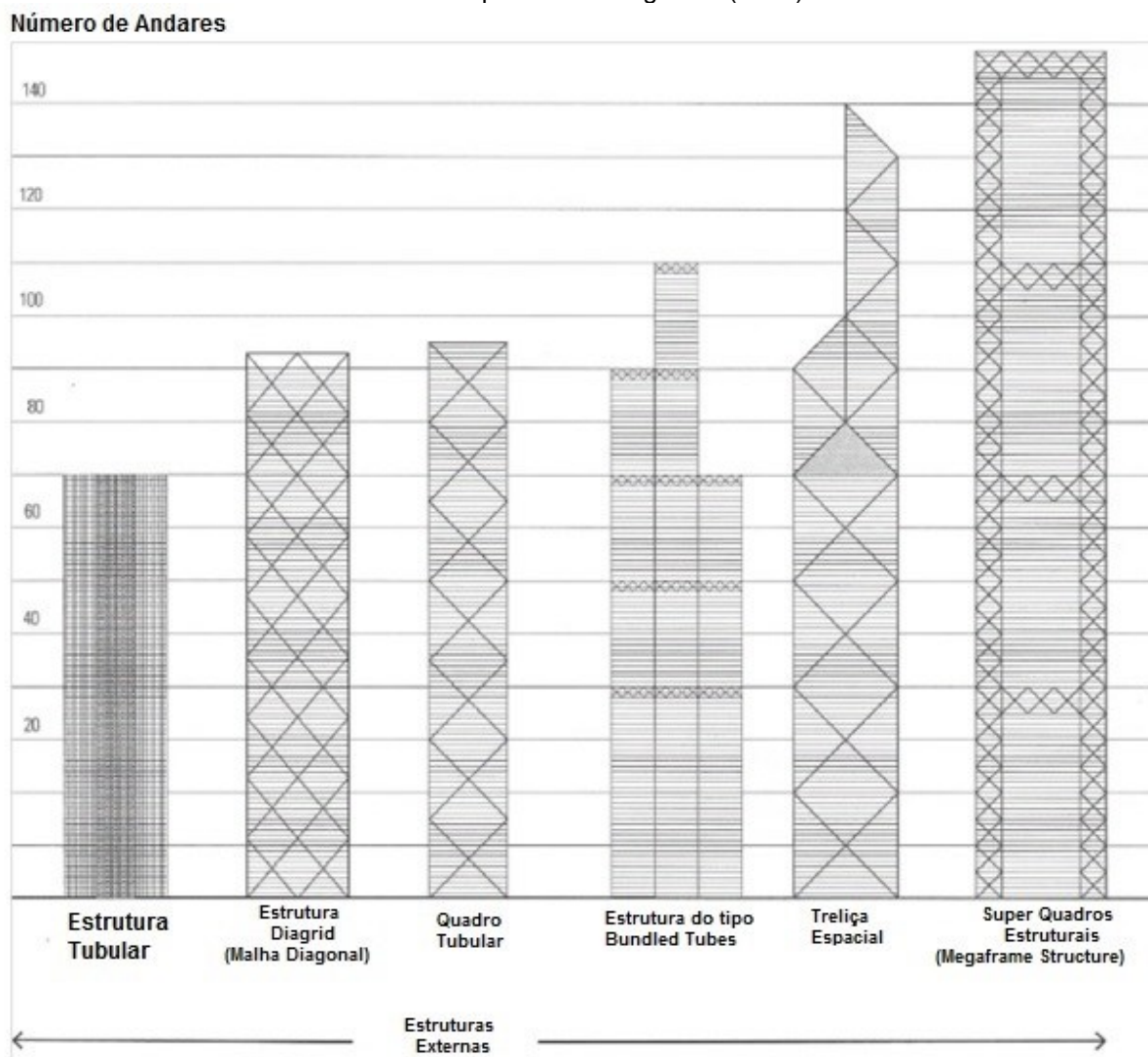


Figura 47 - Gráfico esquemático de tipos de estrutura em função do número de andares
 Fonte: Adaptado de Ching et al. (2009)



2.7 ITERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA

A iteração solo-estrutura (ISE) é o termo utilizado para designar a análise da estrutura considerando a fundação, entendendo-se como fundação os elementos estruturais pré-moldados, ou moldados *in loco*, a saber, estacas, sapatas, radier, tubulões, entre outros, e o maciço de solo no qual os elementos estruturais de fundação estão inseridos.

"[...] A consideração da iteração estrutura-solo possibilita a análise dos efeitos da redistribuição de esforços nos elementos estruturais, em especial das cargas nos pilares. Como um

exemplo: dois edifícios com estruturas iguais (geometria, materiais e cargas) construídas em terrenos diferentes, apresentam esforços diferentes nos elementos estruturais, devido à ocorrência de recalques, ou seja, os procedimentos usuais de cálculo que não consideram a deslocabilidade nos apoios podem induzir a erros, em alguns casos significativos, na estimativa dos esforços e cargas nas fundações. Portanto, o comportamento da estrutura depende do sistema estrutura–maciço de solos, sendo que os elementos estruturais acostumados a chamar de “fundações” são partes integrantes da estrutura e o comportamento desse conjunto inseparável é que se denomina iteração estrutura–solo.” (Manual TQS, 2013)

Na prática corrente da engenharia no Brasil, a iteração solo-estrutura é ignorada e a superestrutura é calculada como se os pilares estivessem engastados na fundação. As reações do pórtico assim obtidas (considerando o engastamento) são repassadas ao engenheiro geotécnico que por sua vez, calcula a área da superfície de contato do elemento de fundação e sua cota de assentamento (fundação rasa) ou, a seção transversal e o comprimento da estaca (fundação profunda) além dos recalques absolutos e diferenciais, considerando, contudo, na maioria das vezes o elemento estrutural de maneira isolada de modo que este possa se deslocar independentemente dos demais, ou seja, como se a superestrutura fosse infinitamente flexível.

Este acúmulo de simplificações leva claramente a um superdimensionamento dos elementos estruturais isolados (blocos de coroamento das estacas, seções transversais dos primeiros lances dos pilares, as próprias estacas, entre outros) ao passo que subestima os deslocamentos do pórtico, provenientes da deformação e rotação dos apoios do mesmo.

“Segundo Meyerhof (1953), [...], os recalques diferenciais dependem não apenas dos fatores que governam os recalques absolutos, mas também do tipo e rigidez de estrutura. São por isso mais difíceis de serem estimados e são também, mais importantes, pois podem afetar a estabilidade da edificação sob carga de trabalho.” (Gusmão, 1990)

Segundo Wood e Larnach (1975) *apud* Gusmão (1990), o desempenho de uma edificação é fortemente influenciado pela chamada rigidez relativa entre o terreno de fundação e a estrutura. Uma estrutura assentada em uma fundação rochosa pode se comportar como flexível, ao passo que a mesma estrutura assentada em uma argila mole, comporta-se como uma estrutura rígida. Conclui ainda que;

- Estrutura Flexível → ISE pouco influente
- Estrutura Rígida → ISE muito influente

Gusmão (1990) observa que um dos efeitos da ISE é uma redistribuição de esforços nos elementos estruturais, em especial nas cargas dos pilares. Essa redistribuição depende, entre outros fatores, da rigidez relativa entre a estrutura e o solo e da deformada de recalques da edificação. De fato ocorre que, a Iteração Solo Estrutura faz com que a deformada de recalques torne-se mais suave, com os apoios mais carregados tendendo a recalcar menos que o previsto enquanto os apoios menos carregados tendendo a recalcar mais que o previsto.

Ainda segundo o autor, seguindo esta tendência à uniformização dos recalques, há uma redistribuição de cargas nos apoios, havendo uma transferência de cargas dos apoios que tendem a recalcar mais para os que tendem a recalcar menos. Na prática pode ocorrer, em casos extremos, o esmagamento de pilares periféricos, devido à sobrecarga proveniente da redistribuição de cargas nos mesmos, isto quando a ISE não é considerada no dimensionamento da estrutura.

Segundo Gusmão (1994) *apud* Jordão (2003), a solidariedade existente entre os elementos estruturais confere a estrutura uma considerável rigidez, restringindo o movimento relativo entre os seus apoios, e fazendo com que os recalques diferenciais observados sejam menores que os estimados convencionalmente supondo a superestrutura infinitamente flexível.

Gusmão (1990) observa que, ao se considerar os efeitos construtivos, basicamente o fato da edificação e suas solicitações no solo não ocorrerem instantaneamente, verifica-se uma tendência à uniformização dos recalques devido ao aumento da rigidez da estrutura, sendo que esta rigidez não cresce linearmente com o número

de pavimentos. Há uma rigidez limite, atingida após a construção dos primeiros pavimentos, a partir da qual a distribuição dos recalques passa a ser função apenas do carregamento, sendo que, quanto maior for à rigidez relativa estrutura-solo maior será a contribuição dos primeiros pavimentos. Goshy (1978) *apud* Gusmão (1990), afirma que a contribuição dos 4 ou 5 primeiros andares de uma edificação é mais significativa na uniformização dos recalques que os demais pavimentos.

Com relação ao uso de cintas de travamento nos elementos de fundação (bloco de coroamento das estacas ou sapatas), Gusmão (1990) afirma:

"[...] observa-se que realmente a presença das cintas contribui na tendência à uniformização dos recalques, sendo que esta influência diminui à medida que cresce o número de pavimentos da edificação, a ponto desta influência, para a estrutura analisada ser praticamente desprezível para um número de pavimentos superior a oito. Isto se deve ao fato da contribuição da rigidez das cintas na rigidez global da estrutura diminuir à medida que cresce o número de pavimentos da edificação" (Gusmão, 1990).

Ramalho e Corrêa (1991) *apud* TQS Informática (2013), analisaram dois edifícios com fundações em sapatas, sendo um formado de lajes, vigas e pilares e outro com sistema de lajes cogumelo, fazendo uma comparação entre considerar o solo como totalmente rígido ou elástico. Os resultados encontrados, indicam a grande influência da flexibilização do solo, mesmo no caso de solos relativamente rígidos. Os autores observaram que nos pilares, os esforços normais e momentos fletores tendem a uma redistribuição que torna os seus valores menos díspares. Já os edifícios com sistema estrutural de lajes cogumelo mostraram-se mais sensíveis às fundações flexíveis, em comparação ao sistema convencional de lajes, vigas e pilares. Os autores atribuem tal diferença ao fato de que, em edificações com sistema de lajes cogumelo, os pilares apresentam dimensões relativamente grandes, e que tenderiam a apresentar elevados valores de momentos fletores na base.

Fontes *et al.* (1994) *apud* TQS Informática (2013), comparam os resultados medidos numa obra de um edifício de quatorze andares construído sobre sapatas, com as previsões dos modelos numéricos, considerando ou não a iteração solo-estrutura

(ISE) e os efeitos construtivos. Os resultados apurados indicam que o modelo que não considera a ISE, superestima a previsão dos recalques diferenciais por não considerar a rigidez da estrutura. O modelo que considera a ISE, mas despreza os efeitos construtivos, subestima a previsão dos recalques, devido a não consideração do carregamento gradual e acréscimos de rigidez, o que induz a uma rigidez da estrutura maior que a real. Finalmente conclui que, os resultados que mais se aproximam dos medidos em campo, são do modelo que considera os efeitos da iteração solo-estrutura e a aplicação gradual de elementos estruturais que faz com que a rigidez dos elementos sofra constantes modificações para cada sequência de carregamento.

Segundo Jordão (2003), ao se considerar a ISE em edificações de concreto armado, verifica-se uma tendência à uniformização dos esforços horizontais. Nos pilares mais rígidos, observa-se uma importante redistribuição das reações horizontais, considerando a direção da ação do vento. Verifica-se a mesma tendência à uniformização para os deslocamentos horizontais. Delalibera *et al.* (2005) *apud* Moncayo (2011), e Jordão (2003), concluem que a iteração solo-estrutura influencia na estabilidade global da estrutura, uma vez que, com a subtração da simplificação do engastamento da superestrutura na fundação, os deslocamentos horizontais da estrutura são maiores, afetando diretamente os resultados obtidos a partir da análise de 2ª Ordem.

3 METODOLOGIA E DESCRIÇÃO DOS MODELOS

Para a análise e avaliação da influencia de alguns dos principais critérios e parâmetros de cálculo na estabilidade global de edifícios de múltiplos andares com lajes lisas, foi modelado no programa comercial CAD/TQS versão 17.12, desenvolvido pela empresa TQS Informática LTDA, uma série de edifícios relativamente esbeltos a partir de uma planta arquitetônica idealizada para fins residenciais e geometricamente assimétrica em todas as direções (Figura 48).

O programa CAD/TQS apresenta uma série de recursos interessantes para a modelagem do tipo de edificação alvo, sendo os principais deles: a possibilidade da consideração das lajes como elementos resistentes aos esforços horizontais, a partir da integração das grelhas que simulam as lajes ao pórtico espacial da estrutura, o chamando “Modelo de análise VI” do CAD/TQS; O módulo de análise denominado SISE – Sistema de Interação Solo-Estrutura, que permita a análise considerando à interação solo-estrutura, apoiando o pórtico espacial em molas fictícias cujas rigidezes verticais e horizontais são calculadas pelo próprio programa.

O programa CAD/TQS teve sua primeira versão lançada no mercado em 1986. Atualmente é um dos programas de cálculo estrutural mais difundido e utilizado no Brasil para a elaboração de projetos estruturais de edificação em concreto armado e protendido. Inúmeros trabalhos acadêmicos, em diversas universidades federais, já utilizaram o programa para a elaboração de dissertações e artigos. O autor é usuário do programa a mais de sete anos, tendo utilizado o mesmo para a elaboração de mais de 40 edificações de maneira individual e em parceria com outros engenheiros calculistas. Em virtude destas considerações, a validação do programa mediante o processamento de exemplos já resolvidos por outros autores, métodos e outros programas, foi dispensada no presente trabalho. No entanto, cumpre assinalar que, a TQS Informática LTDA, se ocupou de realizar tais verificações desde o lançamento de sua primeira versão, e o faz para cada nova versão e módulo de dimensionamento lançado, como constam nos manuais de utilização do programa.

O procedimento adotado para a análise desenvolvida, parti da elaboração de um edifício de referência denominado MOD0100. Uma série de processamentos foi

realizada no programa CAD/TQS, onde se ajustavam a seção transversal dos pilares da torre do edifício, até que o MOD0100 apresentasse um valor para o parâmetro de instabilidade global γ_z o mais próximo possível do valor 1,3. Este é o valor limite para o qual se permite adotar o método aproximado de análise de 2º ordem, conforme a ABNT NBR 6118:2014.

Os resultados do MOD0100, com relação aos valores dos parâmetros de instabilidade global, deslocamentos globais e por pavimentos, além das quantidades de formas, concreto e taxa de aço dos pilares, são os resultados de referência a serem comparados com os resultados dos demais modelos. Cada modelo elaborado após o MOD0100 apresenta um único critério de projeto alterado, conforme indicado na Tabela 3, apresentada na seção 3.1. Ao se comparar os resultados dos parâmetros de instabilidade e deslocamentos globais e locais obtidos, com os valores de referência, é possível analisar a influência e relevância do critério alterado na estabilidade global da estrutura.

Duas séries de modelos (edifícios) foram elaboradas nesta dissertação. A primeira série de modelos apresenta uma “ordem” de esbeltez de um para quatro, isto é, tomando-se uma largura de aproximadamente 16 metros entre os pilares de extremidade do pavimento tipo (Figura 49), adotou-se uma altura com cerca de 64 metros para a edificação (Figura 50). Já a segunda série de modelos apresenta uma ordem de esbeltez de um para seis, alcançado uma altura de aproximadamente 96 metros (Figura 51) sendo o seu modelo (edifício) de referência o MOD0200. Uma descrição detalhada dos critérios editados em cada modelo é apresentada nas seções 3.1 e 3.2. De maneira resumida os critérios e parâmetros de cálculo editados foram:

- Redução parcial das cargas acidentais nos pavimentos tipo;
- Velocidade característica do vento;
- Rigidez das ligações entre vigas e pilares;
- Espessura das lajes lisas;
- Espessura dos núcleos rígidos;
- Altura do pé-direito dos pavimentos tipo;

- Coeficiente redutor de inércia para consideração da não linearidade física das lajes e vigas;
- Rigidez das ligações entre lajes lisas e pilares;
- Consideração da rigidez à flexão transversal das lajes lisas;
- Análise considerando a iteração solo-estrutura.

3.1 DESCRIÇÃO DOS MODELOS

Os modelos da primeira série possuem os pavimentos: Térreo, Garagem 1 e 2, PUC, 1º Pavimento, 14 Pavimentos Tipo, Cobertura e o Ático, sendo o pé-direito do pavimento tipo de 3,24 metros. A resistência característica do concreto dos elementos estruturais adotado foi:

- Vigas e Lajes: 30 MPa
- Pilares: 40 MPa
- Elementos de fundação (bloco de coroamento das estacas): 30 MPa

As características consideradas para a determinação das cargas de vento foram:

- Velocidade Básica do vento: 32 m/s
- S1 – Fator Topográfico do terreno: 1
- S2 – Categoria de Rugosidade: V – Terreno com obstáculos numerosos, grandes, altos e pouco espaçados.

Figura 48 - Layout arquitetônico
Fonte: Autor

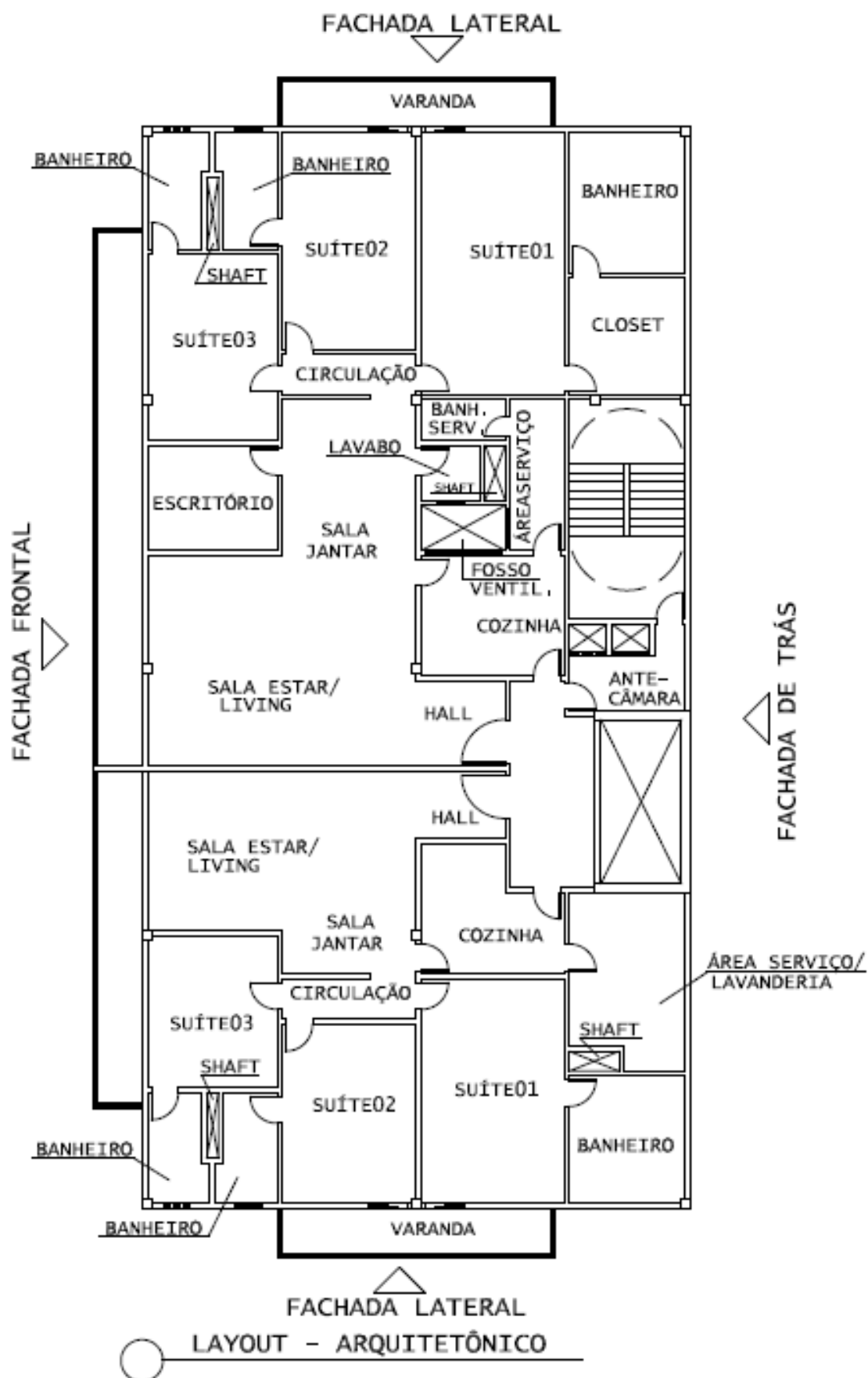


Figura 49 - Planta baixa do pavimento tipo H/4 – Estrutural
Fonte: Autor

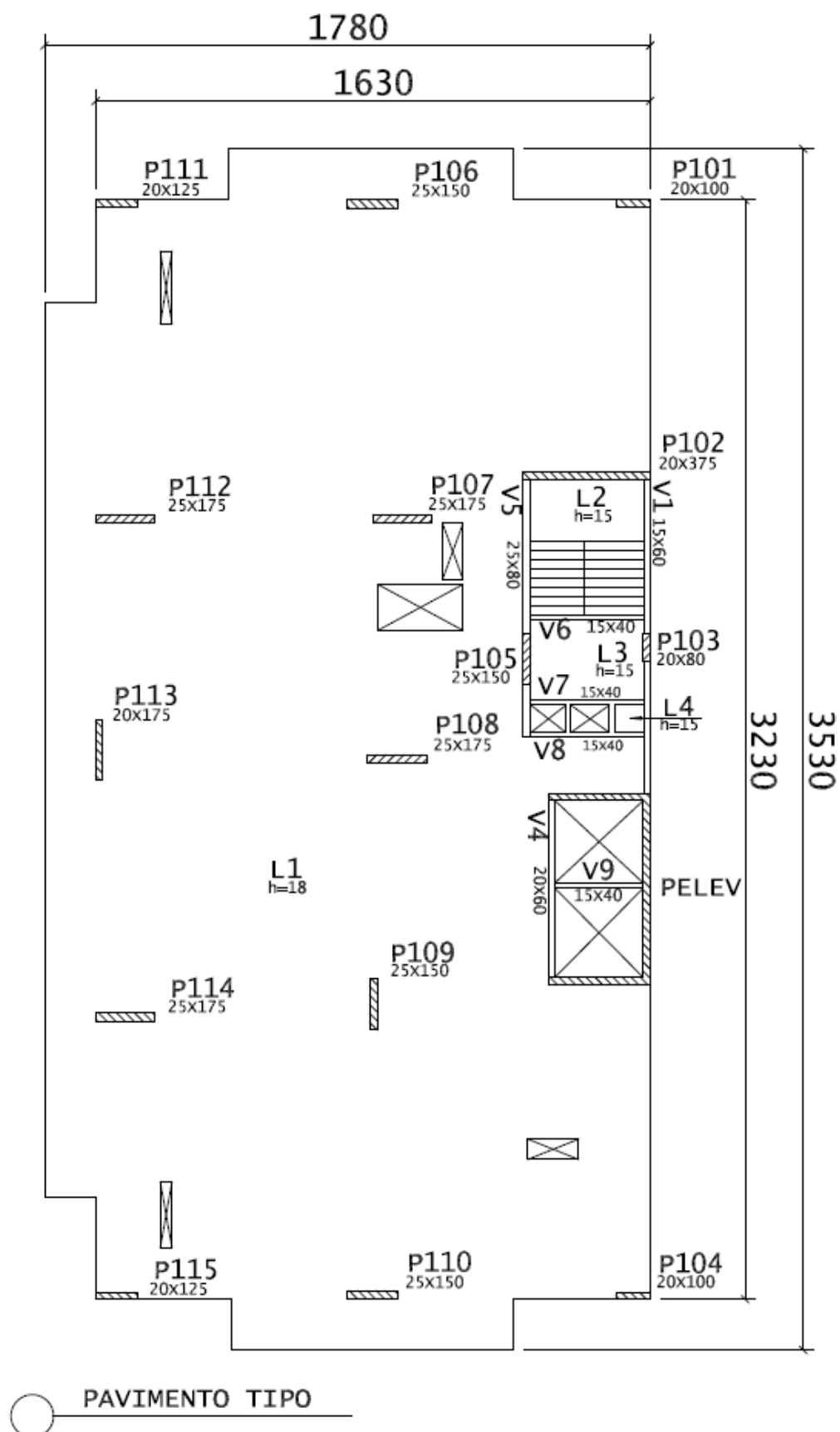


Figura 50 - Corte esquemático - Edifício H/4
Fonte: Autor

Corte esquemático

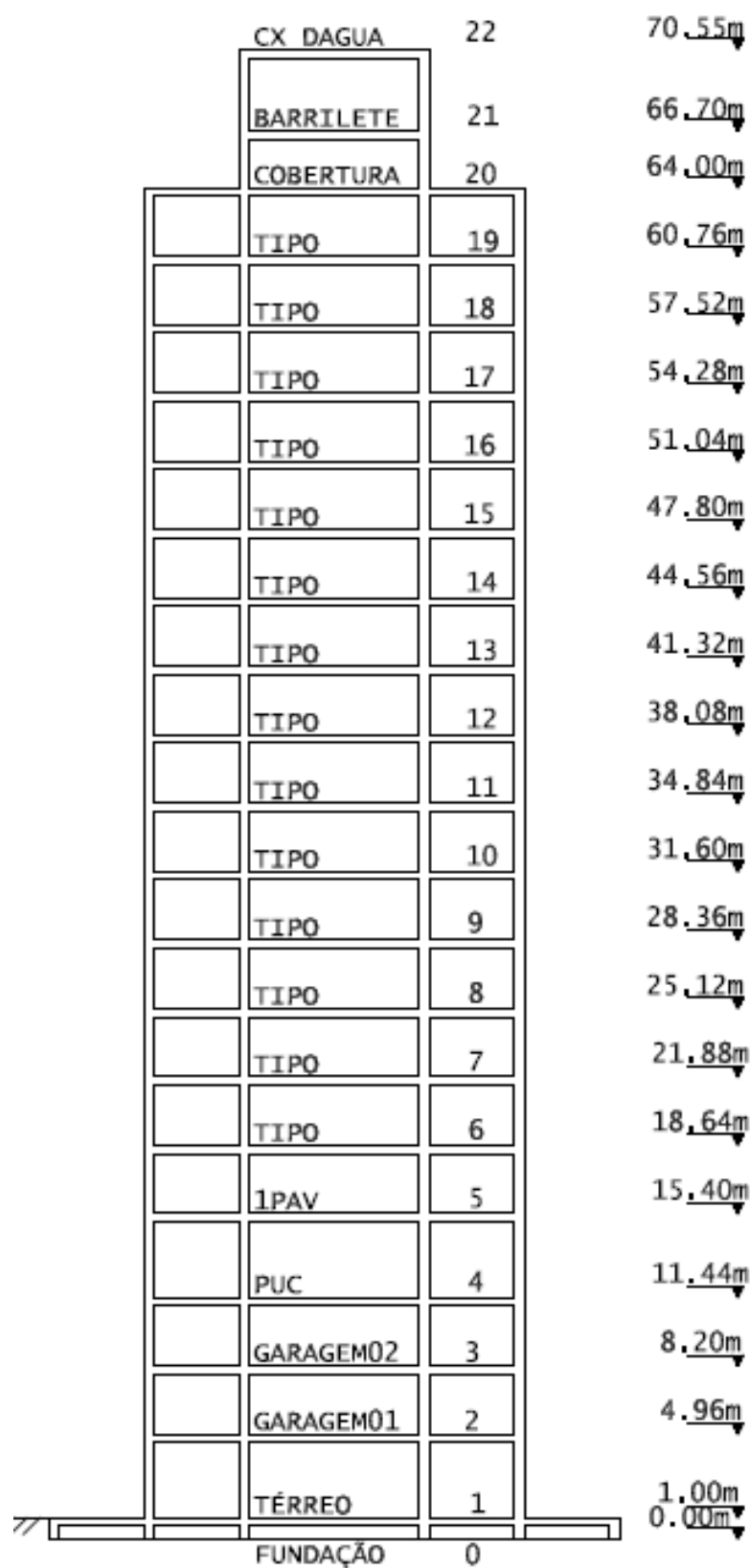
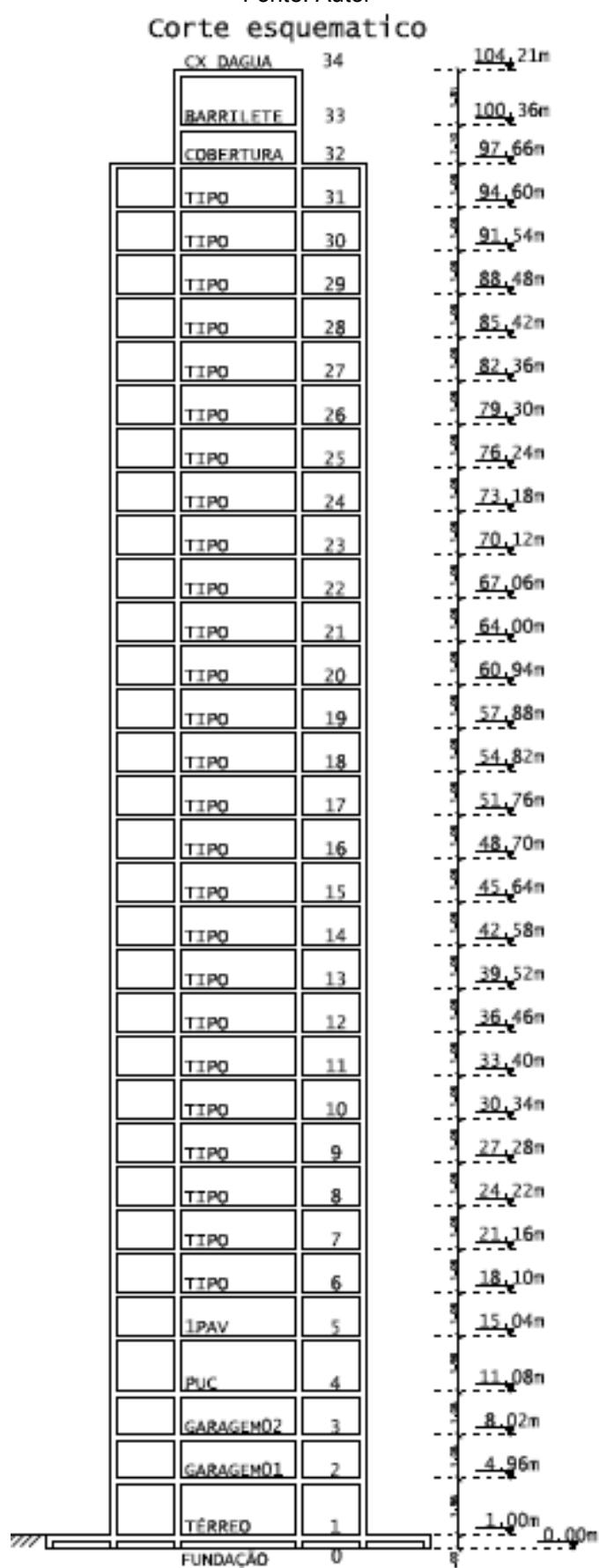


Figura 51 - Corte esquemático - Edifício H/6

Fonte: Autor



- S2 – Classe da Edificação: C – Maior dimensão horizontal ou vertical > 50 metros
- S3 – Fator Estatístico: 1 – Edificações em geral.
- Vento de Alta Turbulência.

Para o dimensionamento dos pilares e elementos de fundação foi considerada a redução nas cargas acidentais prevista no item 2.2.1.8 da ABNT NBR 6120:1980 conforme a Tabela 4 da mesma norma. As cargas distribuídas por área utilizadas nos modelos seguem as recomendações da ABNT NBR 6120:1980 conforme mostrado na Tabela 2.

Tabela 2 - Cargas distribuídas por área
TABELA DE CARGAS POR ÁREA

PAVIMENTO	PERMANENTE	ACIDENTAL
	[kN/m ²]	[kN/m ²]
TÉRREO	1,75	3,0
GARAGEM 1	1,0	3,0
GARAGEM 2	1,0	3,0
PUC	2,0	3,0
1º PAV.	1,15	1,5
PAV. TIPO	1,15	1,5
COBERTURA	1,0	0,5

As cargas permanentes consideradas são decorrentes de revestimentos de regularização e acabamento dos pisos e impermeabilização no caso do pavimento cobertura e PUC (área de lazer). Quanto às cargas de alvenaria, adotaram-se os seguintes valores:

- Paredes externas e internas em blocos cerâmicos: 5,5 kN/m
- Paredes internas em drywall: 1,6 kN/m

A segunda série de modelos, com ordem de esbeltez de um para seis, foi modelada a partir da primeira série, sendo alterado somente o número de pavimentos tipo, neste caso igual a 26 pavimentos (ver Figura 51), e o pé-direito do pavimento tipo que foi reduzido para 3,06 metros, como será explicado na seção 4.

As Tabela 3 e Tabela 4 mostram todos os modelos elaborados, apontando em vermelho quais parâmetros mudaram em cada um dos modelos. Uma descrição dos parâmetros específicos do programa CAD/TQS é dada na seção 3.2.

Tabela 3 - Descrição dos parâmetros dos modelos propostos – 1ª Série

1ª SÉRIE DE MODELOS - H/4											
MODELOS	REDUÇÃO DAS CARGAS ACIDENTAIS TOTAIS	VENTO	REDMOL	ESPESSURA DA LAJE	ESPESSURA DO NÚCLEO RÍGIDO	PÉ- DIREITO DO PAV. TIPO	COEF. DE NLF		REGIÃO LAJE- PILAR PLASTIFICADA	MODELO DE ANÁLISE TQS	ISE
							LAJES	VIGAS			
MOD 100	NÃO	32	4	18	20	3,24	0,3	0,4	NÃO	VI	NÃO
MOD 101	SIM	32	4	18	20	3,24	0,3	0,4	NÃO	VI	NÃO
MOD 102	NÃO	45	4	18	20	3,24	0,3	0,4	NÃO	VI	NÃO
MOD 103	NÃO	32	1	18	20	3,24	0,3	0,4	NÃO	VI	NÃO
MOD 104	NÃO	32	4	20	20	3,24	0,3	0,4	NÃO	VI	NÃO
MOD 105	NÃO	32	4	18	30	3,24	0,3	0,4	NÃO	VI	NÃO
MOD 106	NÃO	32	4	18	20	3,06	0,3	0,4	NÃO	VI	NÃO
MOD 106-A	NÃO	32	4	18	20	3,06	0,3	0,4	NÃO	VI	NÃO
MOD 107	NÃO	32	4	18	20	3,24	0,5	0,7	NÃO	VI	NÃO
MOD 108	NÃO	32	4	18	20	3,24	0,3	0,4	SIM	VI	NÃO
MOD 109	NÃO	32	4	18	20	3,24	0,3	0,4	NÃO	IV	NÃO
MOD 110	NÃO	32	4	18	20	3,24	0,3	0,4	NÃO	VI	SIM
MOD 111	SIM	32	4	20	30	3,06	0,5	0,7	NÃO	VI	SIM

Tabela 4 - Descrição dos parâmetros dos modelos propostos – 2ª Série

2ª SÉRIE DE MODELOS - H/6					
MODELOS	ESPESSURA DO NÚCLEO RÍGIDO	COEF. DE NLF		MODELO DE ANÁLISE TQS	ISE
		LAJES	VIGAS		
MOD 200	25	0,3	0,4	VI	NÃO
MOD 201	35	0,3	0,4	VI	NÃO
MOD 202	25	0,5	0,7	VI	NÃO
MOD 203	25	0,3	0,4	IV	NÃO
MOD 204	25	0,3	0,4	VI	SIM
MOD 205	35	0,5	0,7	VI	SIM

3.2 PARÂMETROS E CRITÉRIOS DO PROGRAMA

A partir da versão 16 do sistema CAD/TQS, o usuário ganhou a possibilidade de trabalhar em um novo modelo de cálculo denominado Modelo de análise estrutural VI, no qual o edifício é modelado como um pórtico único, composto de elementos que simulam as vigas, pilares e lajes da estrutura. Em síntese no Modelo VI, a rigidez da laje é incorporada ao pórtico espacial, logo, o elemento passa a absorver parte dos esforços solicitantes e a contribuir para a estabilidade do edifício.

[...] No modelo VI o edifício será modelado por um pórtico espacial, composto por elementos que simularão as vigas, pilares e lajes da estrutura. Os efeitos gerados pela aplicação das ações verticais e horizontais serão calculados com esse modelo. Dessa forma, além das vigas e pilares, as lajes passarão a resistir a parte dos esforços gerados pelo vento, situação essa não flagrada pelos demais modelos. [...] A flexibilização das ligações viga-pilar, a separação de modelos específicos para a avaliação dos ELU e ELS, bem como seus respectivos coeficientes de não linearidade física, são controlados por critérios gerais do Pórtico-TQS. (Manual TQS, 2013).

Anteriormente à versão 16, o principal modelo de cálculo adotado pelo programa era o denominado Modelo IV. Este modelo incorpora ao pórtico espacial somente os pilares e vigas, sendo as lajes de cada pavimento modeladas à parte, como grelhas,

e sofrendo tão somente os efeitos das ações verticais (ações gravitacionais). O efeito do diafragma rígido é incorporado no modelo a partir da majoração da rigidez lateral das vigas.

[...] No modelo IV, o edifício será modelado por um pórtico espacial mais os modelos dos pavimentos (vigas contínuas ou grelhas). O pórtico será composto apenas por barras que simulam as vigas e pilares da estrutura, com o efeito de diafragma rígido das lajes devidamente incorporado. Os efeitos oriundos das ações verticais e horizontais nas vigas e pilares serão calculados com o pórtico espacial. Nas lajes, somente os efeitos gerados pelas ações verticais serão calculados, de acordo com o modelo selecionado para os pavimentos. Nos pavimentos simulados por grelhas de lajes, os esforços resultantes das barras de lajes sobre as vigas serão transferidas como cargas para o pórtico espacial, ou seja, há uma certa integração entre ambos os modelos (pórtico espacial e grelhas). [...] A inércia lateral das vigas, I_Z é calculada com dimensões H e B , sendo multiplicada por 10^4 sempre que a viga tiver laje apoiada declarada no CAD/Formas. Esta multiplicação tem por objetivo simular o enrijecimento do pórtico provocado pelas lajes. [...] (Manual TQS, 2013).

Embora a edificação alvo possua um número limitado de vigas (característica básica deste tipo de edificação), é comum o uso de vigas na região das escadas e dos elevadores. No caso das vigas que “fecham” o núcleo dos elevadores, tem-se a formação de um lintel (ver seção 2.6.1) que contribui para a rigidez do núcleo, restringindo-o parcialmente ao empenamento. Martins (2001) afirma que a presença da viga (lintel) contribui para a redução do deslocamento lateral dos pavimentos.

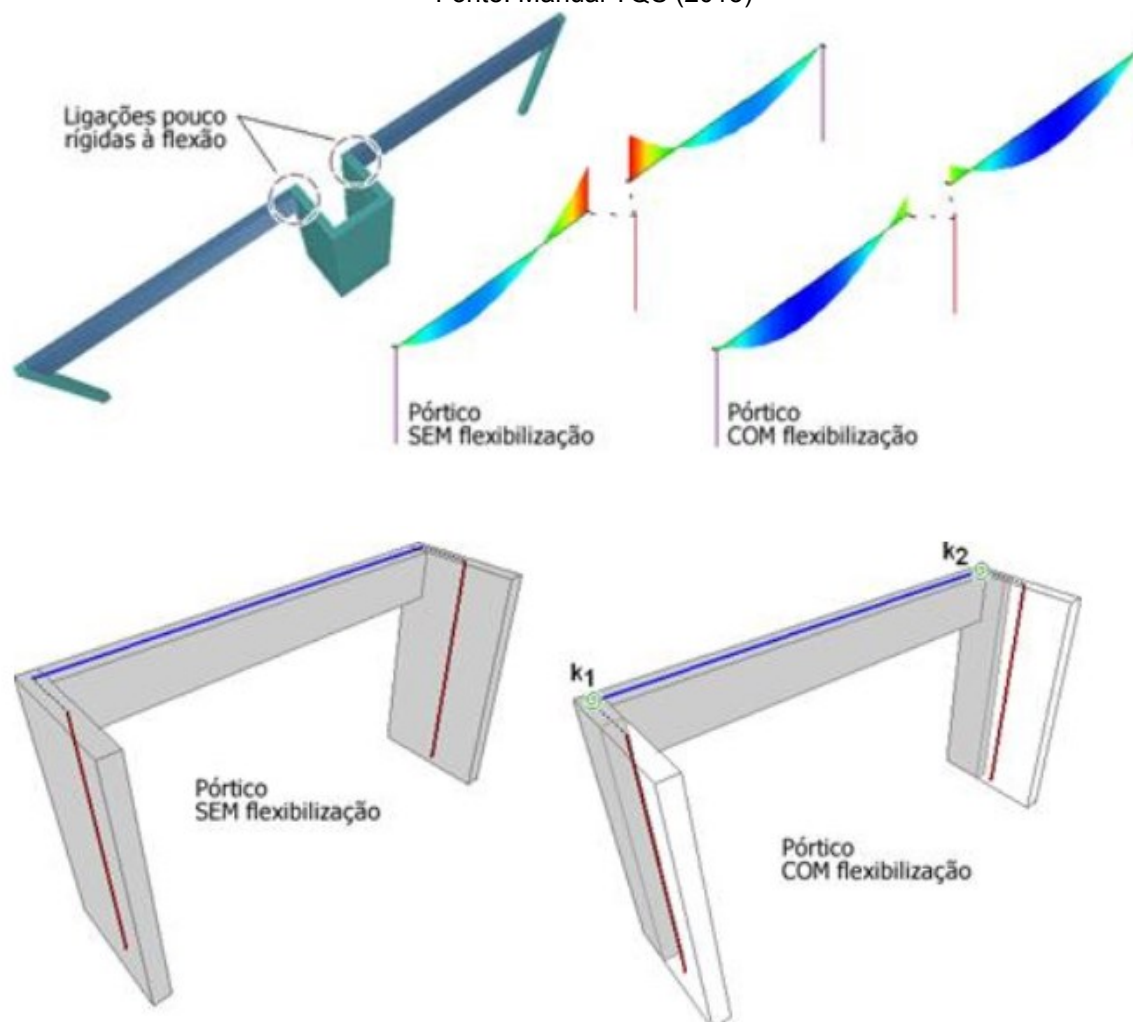
[.] Os lintéis são vigas de grande altura relativamente aos seus vãos e se encontram geralmente aos níveis dos pisos de modo a fechar parcialmente os núcleos. Eles serão considerados engastados nas paredes que lhe são coplanares, e em caso contrário, serão considerados articulados. Se um lintel é engastado em pelo menos uma parede, ele restringirá parcialmente o empenamento da seção, ou seja, a sua presença enrijece o núcleo estrutural quando sujeito a esforços de torção. Normalmente são localizados sobre vãos de portas de

elevadores e/ou aberturas que dão forma ao núcleo estrutural.[...] É importante salientar neste exemplo e nos outros que a influência dos lintéis no comportamento dos núcleos estruturais é muito significativa, pois a presença de lintéis, fechando a seção transversal do núcleo, aumenta a rigidez dos núcleos, restringindo também parcialmente o empenamento das seções do núcleo. Portanto a significativa diferença nos deslocamentos laterais dos pavimentos é também devido a não estar considerando a presença dos lintéis nestes exemplos. (Martins, 2001)

Neste ponto, ressalta-se que a versão do programa CAD/TQS utilizada no desenvolvimento dos modelos deste trabalho, considera o núcleo rígido como uma barra com a rigidez flexional e axial equivalentes ao da seção transversal do núcleo. Não está incorporada neste modelo a teoria de flexo-torção, e não há um grau de liberdade para a barra, que simula o núcleo rígido, que considere o empenamento da seção transversal do núcleo.

Para as demais situações de ligação entre vigas e pilares, o programa apresenta o recurso de flexibilizar tais ligações a fim de simular melhor a rigidez efetiva destas. Particularmente no caso de vigas ligadas a pilares alongados, a não consideração da flexibilização poderia levar a valores de momentos negativos discrepantes, que não retrataria corretamente os efeitos da fluência e consequente redistribuição dos esforços que ocorre no concreto armado (ver Figura 52). Para tanto, o programa, considera a presença de molas fictícias definidas nas extremidades das vigas. A rigidez das “molas” de flexibilização é atribuída de forma aproximada, como sendo o termo $4EI/L$ definido pelo pilar junto às barras das vigas, onde: “E” é o módulo de elasticidade longitudinal do pilar, “L” é o pé-direito do pilar e “I” é o momento de inércia calculado a partir de uma seção equivalente do pilar que efetivamente será considerada na rigidez da ligação.

Figura 52 - Ligação viga-pilar flexibilizada
 Fonte: Manual TQS (2013)



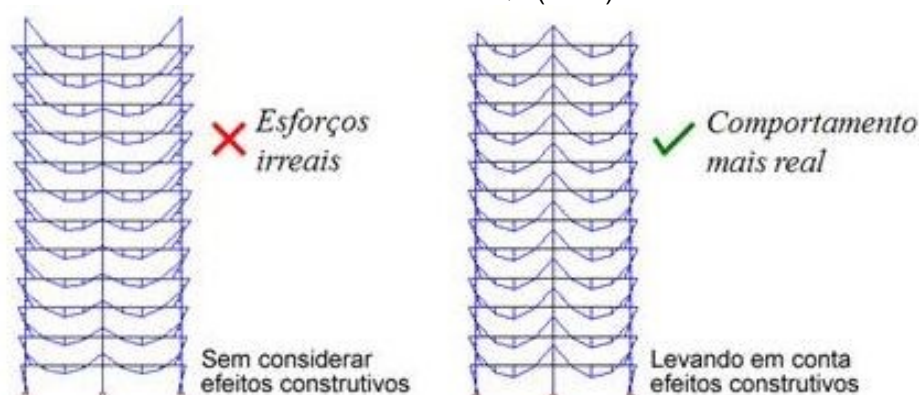
Dois parâmetros definidos nos critérios gerais do programa, chamados de LEPMOL e REDMOL, permitem ao usuário fazer ponderações no cálculo da rigidez dessas molas. O REDMOL reduz diretamente o valor da rigidez da “mola”, enquanto o LEPMOL multiplica a largura equivalente do apoio da viga no pilar, sendo que a largura adotada, nunca é menor que a largura da viga ou maior que a largura do pilar.

A flexibilização destas ligações torna a estrutura mais deslocável, no entanto, simula de maneira mais realista o que ocorre na prática. Ressalta-se que os efeitos desta flexibilização, são mais significativos e mensuráveis no caso de edifícios convencionais, isto é, com lajes, vigas e pilares, e que no caso dos edifícios analisados neste trabalho, a flexibilização, ou ainda, a redução da rigidez na região

da ligação da laje com os pilares, tem maior influência nos resultados dos deslocamentos, como mostraram Feitosa e Alves (2015).

À medida que uma edificação é construída, as deformações axiais sofridas pelos pilares, decorrentes do peso próprio da estrutura, são compensadas no processo construtivo pelo nivelamento dos pavimentos. Essa compensação (efeito construtivo) é incorporada à modelagem do programa, de maneira simplificada, a partir da majoração da rigidez axial dos pilares durante a montagem da matriz de rigidez do pórtico espacial. Essa adaptação garante a obtenção de resultados compatíveis com a realidade, em particular, no caso dos diagramas de momentos fletores das vigas e lajes dos pavimentos superiores, como mostra a Figura 53.

Figura 53 - Diagrama de momento de edifício com e sem a consideração dos efeitos construtivos
Fonte: Manual TQS (2013)



Esta adaptação, no entanto, é válida somente para a análise do comportamento de edifícios quando da atuação das cargas verticais. Para as ações horizontais, como o vento, a majoração da área dos pilares não é considerada. Para tanto, a TQS Informática, utilizando-se dos trabalhos de Medeiros e França (1989) *apud* Manual TQS (2013), desenvolveu o chamado P-Delta em dois passos.

“[...] Resumidamente, no P-Delta em dois passos, temos:

1º Passo: cálculo linear da estrutura, sem iterações, com a aplicação somente das ações verticais. Nessa etapa, as rigidezes axiais dos pilares são majoradas (para contemplar os efeitos construtivos) e a distribuição de forças normais (necessárias para montar a matriz de rigidez geométrica) e os esforços nos elementos (vigas e pilares) são armazenados.

2° Passo: cálculo não linear, iterativo, com a aplicação somente das ações horizontais. Nessa etapa, as rigidezes axiais dos pilares não são majoradas. Na primeira iteração, consideram-se as deformações obtidas no 1° passo (matriz de rigidez geométrica armazenada do 1° passo). Nas iterações seguintes, corrige-se sucessivamente essa matriz com os acréscimos de esforços normais provocados pelas ações horizontais. Esse processo é repetido até a obtenção da convergência (equilíbrio final de estrutura). Os resultados finais, isto é, os deslocamentos nodais, esforços nas barras e reações de apoios (1ª ordem + 2ª ordem), são a somatória das parcelas obtidas nos dois passos.” (Manual CAD/TQS 2013).

Adicionalmente, com a finalidade de facilitar a interpretação dos dados gerados a partir do processamento da estrutura pelo método do P-Delta, a TQS Informática criou um coeficiente denominado RM2M1 calculado segundo o mesmo princípio de cálculo do parâmetro de instabilidade Gama Z (γ_z).

$$RM2M1 = 1 + \frac{M_2}{M_1} \quad (3.1)$$

Onde,

- M1: é o momento das forças horizontais em relação à base do edifício;
- M2: é a somatória das forças verticais multiplicadas pelo deslocamento dos nós da estrutura sob ação das forças horizontais, resultante do cálculo de P-Delta em uma combinação não linear.

Além da utilização do método P-Delta, o programa CAD/TQS ainda calcula os parâmetros de instabilidade α e γ_z definidos na ABNT NBR 6118:2014, conforme vistos nas seções 2.4.1 e 2.4.2. Adicionalmente, o programa apresenta um quarto parâmetro de instabilidade denominado Fator de Amplificação dos Esforços Horizontais (FAVt).

[...] Esse fator é calculado para cada combinação do ELU definida no edifício, utilizando-se exatamente a mesma formulação do coeficiente γ_z . A diferença é que os deslocamentos horizontais provocados pelas cargas verticais são considerados

e o resultado final passa a depender da magnitude das forças horizontais (vento). O cálculo do FAVt para cada combinação ELU se faz necessário principalmente para aplicação do método aproximado para avaliação dos efeitos globais de 2ª ordem ($0,95.\gamma_z$) proposto pela NBR 6118. Porém, seu valor também pode ser tomado como parâmetro de estabilidade global. Quando os deslocamentos horizontais provocados pelas cargas verticais atuam no mesmo sentido do vento presente na combinação analisada, o FAVt é maior que o γ_z . Em situações contrárias, isto é, quando os deslocamentos oriundos das cargas verticais atuam em sentido oposto a do vento (favorecendo a estabilidade do edifício), o FAVt é menor que o γ_z [...] (Manual TQS, 2013).

Outro recurso presente no programa que será utilizado é a possibilidade de se alterar o valor do coeficiente para a consideração da não linearidade física de vigas e lajes protendidas (ver seção 2.3.1). O usuário pode definir quais elementos são protendidos, dentro do modelador estrutural e editar o valor do coeficiente de NLF de todos estes elementos nos critérios gerais do programa, como mostrado na Figura 54. Ressalte-se neste ponto que, ao se utilizar o modelo de análise estrutural “Modelo VI” do programa CAD/TQS, não há a opção de se realizar uma análise de estabilidade global do edifício, a partir da metodologia de montagem do diagrama de momento-curvatura para a consideração da NLF os elementos estruturais. Assim sendo, em todos os exemplos de edifícios desenvolvidos neste estudo, a NLF é considerada somente pela utilização dos coeficientes redutores.

Figura 54 - Edição dos coeficientes de não linearidade física para elementos protendidos
Fonte: CAD/TQS

Informações

O modelo para verificação de Estado Limite Último (ELU) pode ter rigidez diferente do modelo de Estado de Limite de Serviço (ELS), devido à consideração simplificada de não linearidade física. Neste caso o sistema gerará um pórtico diferente para os dois modelos, que poderão ser visualizados por comandos diferentes no gerenciador. Defina abaixo algumas características do pórtico para ELU.

ELU

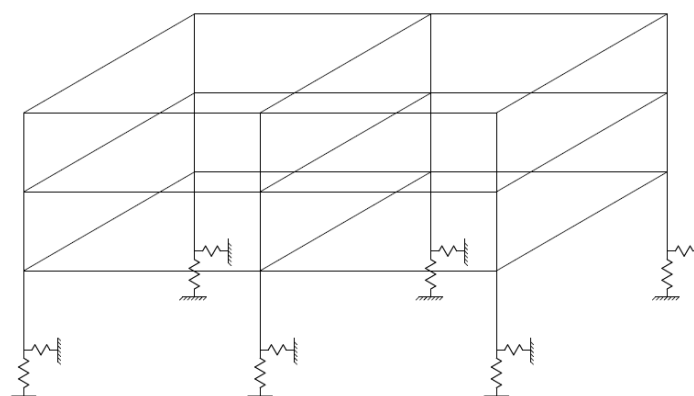
☒ Separar os modelos de ELU e ELS

	Convencionais	Protendidos
Coefficiente de não linearidade física para vigas	0,4	0,7
Coefficiente de não linearidade física para pilares	0,8	0,7
Coefficiente de não linearidade física para lajes	0,3	0,7

Módulo de elasticidade: Tangente

O programa CAD/TQS possui um módulo de análise dedicado à análise da Iteração Solo-Estrutura (ver seção 2.7), denominado SISE – Sistema de Iteração Solo Estrutura. O SISE dispõe de rotinas de cálculo para a determinação da capacidade de carga do sistema estaca-solo, cálculo de recalques e cálculo dos coeficientes de reação vertical e horizontal do solo, isto é, de maneira simplificada, quando se utiliza o SISE, os pilares do pórtico espacial não estarão mais engastados na fundação, ao invés disso, estarão apoiados em molas cujas rigidezes serão exatamente os valores dos coeficientes de reação vertical e horizontal. A Figura 55 mostra uma representação esquemática do conceito.

Figura 55 - Modelo esquemático - Pórtico espacial apoiado em molas
Fonte: Autor



Os métodos para a determinação da capacidade de carga do sistema Estaca-Solo implementados no SISE são mostrados na Figura 56. Dentre estes, foram utilizados nos modelos, os métodos de Aoki e Velloso (1975) e de Alonso (1996), sendo estes adequados para estacas cravadas e estaca hélice contínua respectivamente.

O método para a transferência de carga axial estaca-solo é o proposto por Aoki (1979) como mostrado na Figura 57. O programa ainda permite ao usuário definir o modelo de diagrama a ser adotado, o Modelo A que admite uma distribuição parcial da carga à medida que vai vencendo a resistência lateral máxima ao longo do fuste, e o Modelo B onde se admite que a distribuição se manifeste ao longo do fuste da estaca, redistribuindo as cargas, como mostrado na Figura 58, Aoki (1979) *apud* Manual TQS (2013). Em todos os edifícios processados com o módulo do SISE, o Modelo B foi o adotado.

A estimativa do recalque vertical das estacas é calculado a partir do método proposto por Aoki e Lopes (1975), baseada nos trabalhos de Vesic (1975) e Mindlin (1936).

“A solução de recalques de um grupo de estacas imersas em solo foi apresentada em AOKI & LOPES (1975), como uma extensão de VESIC (1975), através da superposição dos efeitos de cargas no interior do solo utilizando a solução de MINDLIN (1936), segundo o qual as cargas que um grupo de estacas transmite ao terreno são discretizadas em um sistema estaticamente equivalente de cargas concentradas, cujos efeitos são superpostos nos pontos em estudo. [...] O método AOKI-LOPES (1975) à luz da teoria da elasticidade com o uso de solução de MINDLIN (1936) e processo de STEINBRENNER (1934) tornou possível à análise dos efeitos de ações de grupos de elementos de fundações, sem a necessidade de discretização do meio envolvente (maciço de solo). Porém a transferência de cargas para o solo adjacente é feita como se fosse meio contínuo, incluindo o espaço preenchido pelas estacas, não considerando a descontinuidade do maciço. Esta ‘lacuna’ só é resolvida com o uso de ferramentas mais sofisticadas como a combinação de método dos elementos de contorno e método dos elementos finitos discretizando tanto o maciço de solo como

elementos de estacas para simular a existência de diferentes materiais (estaca x solo) e a introdução de elementos de contato para simular o deslizamento relativo estaca/solo.” (Manual TQS, 2013)

Figura 56 - Métodos para a determinação da capacidade de carga do sistema estaca-solo
Fonte: Manual TQS (2013)

Critérios Gerais		Materiais		Elementos de Fundação		Tabelas para CRV e CRH		Capacidade de Carga		Resultados	
Solo / C - Ø - PE		Fundações Superficiais		Tubulões		Estacas					
Método de cálculo											
Método de cálculo para estacas											
Aoki & Velloso											
Alfa e Beta											
Limites mínimos e máximos de SPT											
Antunes & Cabral (SEFF III - 1996)											
B1 (%) e B2 (kgf/cm ²)											
Philipponnat (1986)											
Alfa f											
Alfa s											
Alfa p											
Limite inferior de bulbo											
0											
Limite superior de bulbo											
0											
Pedro Paulo Velloso (1981)											
a - b - a' - b'											
Limite inferior de bulbo											
8											
Limite superior de bulbo											
8											
Alonso (1996)											
Limite máximo de Torque (Kg.f.m)											
40											
Limite inferior de bulbo											
8											
Limite superior de bulbo											
8											
R limite (kPa)											
250											
Alfa AL											
0,6											
Beta AL -> Areia = 250 Argila = 150 Outros = 200											
David Cabral (1986)											
B1 e B2 - Estaca Raiz											
Coefficiente de segurança											
Capacidade de carga de estacas											
2											
Majoração de cargas / Recalque											
Majoração de cargas admissíveis (Combinação de carregamento)											
30											
Recalques totais limites											

Figura 57 - Métodos para determinação da capacidade de carga; Cálculo de recalque vertical e transferência axial de carregamento estaca-solo.

Fonte: Manual TQS (2013)

Método de Cálculo

Capacidade resistente estimada ?

- ☒ Método Aoki & Velloso (1975)
- ☐ Método Decourt & Quaresma (1978)
- ☐ Método Antunes & Cabral - SEFE III (1996)
- ☐ Método Philipponnat (1986)
- ☐ Método Pedro Paulo Velloso (1981)
- ☐ Método Alonso (1996)
- ☐ Método David Cabral (1986)

Recalque vertical estimado

Método Aoki & Lopes (1975)

☒ Considera efeito de grupo ?

Transferência axial de carregamento:

☐ Modelo A ☒ Modelo B ?

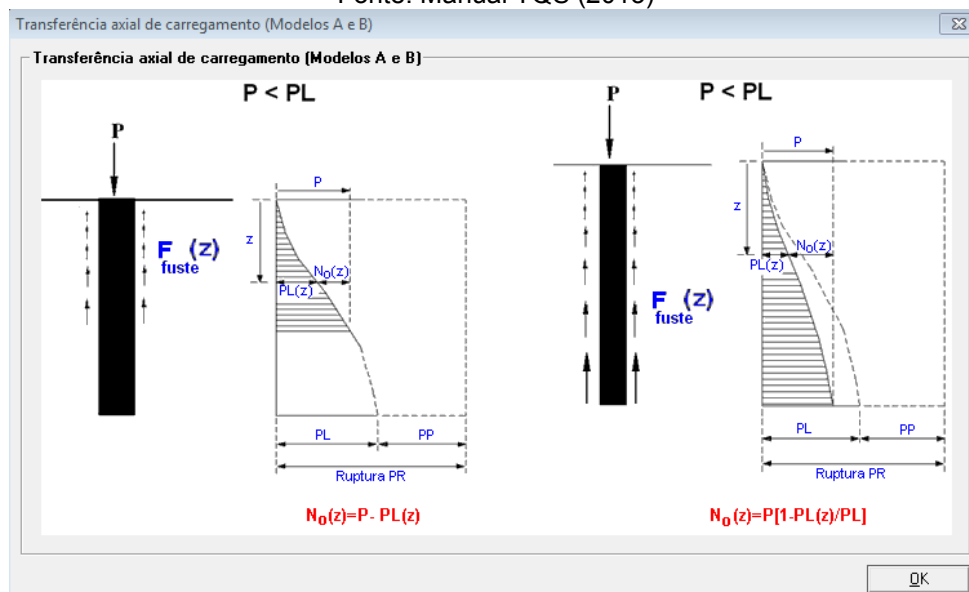
Considera deformação elástica da estaca:

☐ Não ☒ Sim

OK Cancelar

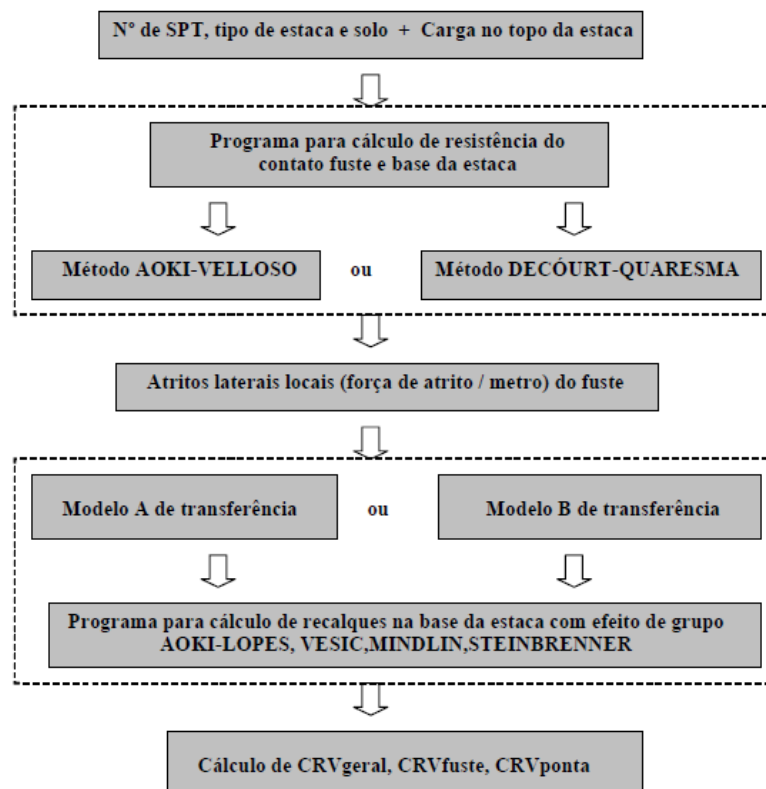
Figura 58 - Modelos para o diagrama de força normal da estaca em função da profundidade.

Fonte: Manual TQS (2013)



Com respeito ao cálculo dos coeficientes de reação vertical (CRV) das estacas, consta no Manual do TQS (2013), um fluxograma representativo do processo geral para a determinação do CRV, mostrado na Figura 59.

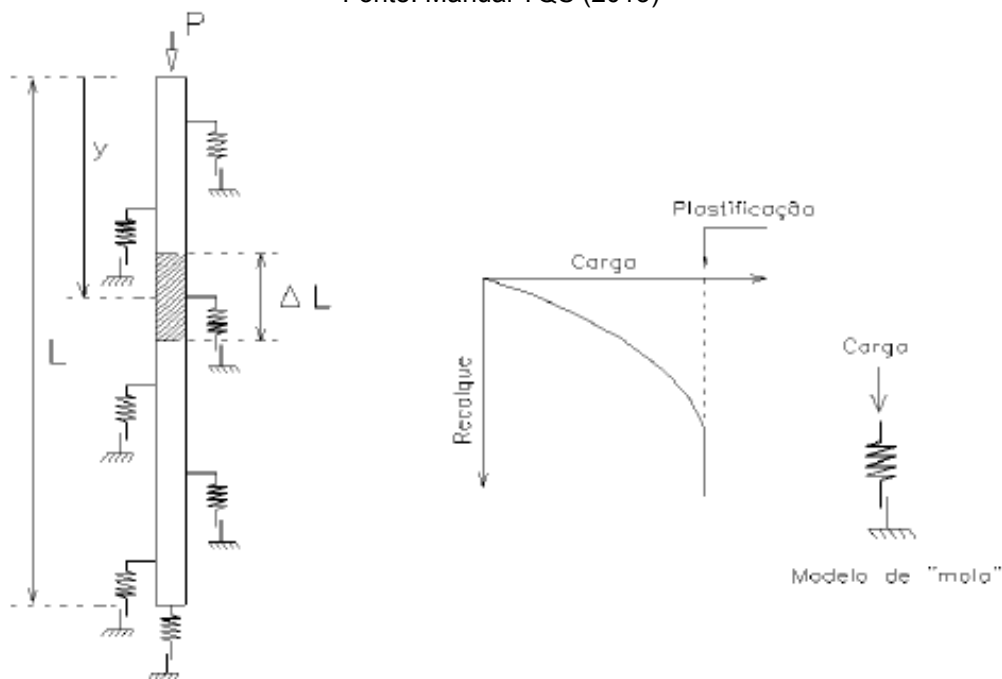
Figura 59 - Fluxograma geral de processamento e transferência de dados.
Fonte: Manual TQS (2013)



“O CRV (coeficiente de reação vertical) pode ser entendido como rigidez do contato estaca-solo. Aplica-se no topo de cada estaca “i” o carregamento P_i obtido pela resolução de pórtico espacial, considerando inicialmente como apoiado em base rígida. O CRV da estaca é a razão entre a carga aplicada P_i no topo e o deslocamento sofrido na base da estaca δ_i , que pode ser resolvido pelo modelo de Aoki-Lopes, com efeito de grupo [...]” (Manual TQS, 2013).

O modelo de cálculo adotado pode ser fisicamente entendido como um conjunto de “molas” que se distribuem ao longo do fuste e na base da estaca (Figura 60), e que estas “molas” representam proporcionalmente a distribuição de rigidez do contato estaca-solo segundo a lei de transferência de cargas (MANUAL TQS, 2013).

Figura 60 - Representação das estacas
Fonte: Manual TQS (2013)



Quanto ao cálculo do Coeficiente de Reação Horizontal (CRH), a TQS Informática LTDA, programou o modelo proposto por Tietz (1976), originalmente concebido para tubulões com diâmetro igual ou superior a um metro.

“Diferentemente das estacas submetidas somente ao esforço axial de compressão, que depende mais do tipo de solo abaixo da ponta, para estacas submetidas à ação horizontal o mais importante é o solo que envolve os primeiros metros de profundidade do fuste. Quando um tubulão dentro do solo se desloca no sentido horizontal, o solo exerce sobre sua superfície lateral b_c (reduzida) uma pressão variável com a profundidade:

$$C_z = 10 \cdot m \cdot z \text{ (kN/m}^3\text{)}$$

Onde: C_z : é denominado “coeficiente de recalque do solo” ou coeficiente de reação horizontal do solo;

m : em (kN/m^4) é o coeficiente de proporcionalidade que caracteriza a variação do coeficiente C_z em relação à qualidade do solo;

Z : é a profundidade das respectivas camadas do solo consideradas a partir da superfície do solo ou do nível da base do bloco.[..]” (Adaptado do Manual TQS,2013).

Nas Tabela 5 e Tabela 6 são mostrados os valores típicos de “m”, adotados pelo programa CAD/TQS em função do tipo de solo e do valor do SPT:

Tabela 5 - Valores do coeficiente de proporcionalidade m para solos arenosos

SOLO ARENOSO	COMPACIDADE	SPT	m (kN/m ⁴)
Areia	Fofa	1	1500
Silte	Pouco compactada	7	3000
Silte	Medianamente c.	20	5000
Areia	Compacta	40	8000
Argila	Muito Compacta	50	15000

Tabela 6 - Valores do coeficiente de proporcionalidade m para solos argilosos

SOLO ARGILOSO	CONSISTÊNCIA	SPT	m (kN/m ⁴)
Turfa	Meio Líquido	0	250
Argila	Muito mole	1	750
Argila	Mole	3	1500
Argila	Média	6	3000
Argila	Rija	12	5000
Argila	Muito Rija	22	7000
Argila	Dura	30	9000

Resumidamente o Manual TQS (2013), apresenta os passos para a aplicação da iteração solo-estrutura.

“[...] Pode-se simular a iteração estrutura-solo nas seguintes passos:

- 1. Com o programa de pórtico espacial (ou plano), calculam-se as reações nas estacas (apoios do bloco de coroamento), inicialmente considerando-os totalmente engastados;*
- 2. Com estas reações, calculam-se os recalques (deslocamentos na ponta da estaca + encurtamento do fuste da estaca), considerando os efeitos do grupo pela teoria da elasticidade, Calculam-se as rigidezes equivalentes, dividindo as forças (reações de apoio) aplicadas pelos respectivos recalques;*
- 3. Volta-se na estrutura, substituindo os apoios do bloco pelos blocos efetivos (rígidos e/ou flexíveis) e as estacas devidamente discretizadas até a base.*
- 4. Aplicam-se aos nós da estrutura da fundação discretizada os CRV's e CRH's através de vínculos elásticos e representativos da presença do solo.*

5. *Resolve-se toda a estrutura integrada (fundação + superestrutura). Os resultados obtidos já são os resultados finais nos elementos de fundação, nas vigas e pilares do edifício.” (Manual TQS, 2013).*

4 RESULTADOS E ANÁLISE DOS MODELOS

4.1 PRIMEIRA SÉRIE DE MODELOS

O ponto de partida para a análise dos modelos de cada série, indicados na seção 3.1, foi o desenvolvimento de um modelo que apresentasse o valor do parâmetro de instabilidade γ_z o mais próximo possível do valor limite indicado pela ABNT NBR 6118:2014, que é de 1,3 para a aplicação do método simplificado de determinação dos esforços de 2ª Ordem (ver seção 2.5). Mediante uma sequência de tentativas, onde foram alteradas as seções transversais dos pilares da edificação, obteve-se finalmente o valor de 1,292 (para o caso de vento mais crítico), como mostrado na Tabela 7.

Tabela 7 - Resultado do modelo MOD0100

Coeficientes de Instabilidade			Estado Limite de Serviço-ELS		
Vento**	Gama Z	Alfa	Vento	Des. Global [cm]	Des. Local [cm]
90°-270°	1,292	1,401	90°- 270°	2,27(H/3102)	0,25(h/1276)
0°-180°	1,183	1,01	0°- 180°	0,92(H/7670)	0,22(h/1495)
Quantitativo dos Pilares			Processo P-Delta		
Área de Formas [m ²]			Combinações*	RM2M1	FAVt
Pilar	Taxa de formas	Total de formas	Combinação 33	1,538	1,691
5234	27,38%	19118	Combinação 36	1,065	1,292
Volume de Concreto [m ³]			Combinação 37	1,532	1,678
Pilar	Taxa de concreto	Total de concreto	Combinação 40	1,159	1,292
531	18,04%	2943	Combinação 41	1,440	1,501
Taxa de Armadura: 128[kg/m ³]			Combinação 74	1,038	1,292
			Combinação 75	1,564	1,749
			Combinação 78	1,040	1,292
			Combinação 79	1,557	1,734
			Combinação 82	1,144	1,292
			Combinação 83	1,454	1,525

*33 - ELU/ACIDCOMB/PP+PERM+ACID_R+0.51TEMP+0.6VENT2

36 - ELU2/ACIDCOMB/PP+PERM+0.86HIPER+0.8ACID_R+0.86TEMP+0.6VENT1

37 - ELU/ACIDCOMB/PP+PERM+0.8ACID_R+0.86TEMP+0.6VENT2

40 - ELU2/ACIDCOMB/PP+PERM+0.86HIPER+0.8ACID_R+0.51TEMP+VENT1

41 - ELU2/ACIDCOMB/PP+PERM+0.86HIPER+0.8ACID_R+0.51TEMP+VENT2
 74 - ELU2/ACIDCOMB/PP_V+PERM_V+0.86HIPER+ACID_R_V+0.51TEMP+0.6VENT1
 75 - ELU/ACIDCOMB/PP_V+PERM_V+ACID_R_V+0.51TEMP+0.6VENT2
 78 - ELU2/ACIDCOMB/PP_V+PERM_V+0.86HIPER+0.8ACID_R_V+0.86TEMP+0.6VENT1
 79 - ELU/ACIDCOMB/PP_V+PERM_V+0.8ACID_R_V+0.86TEMP+0.6VENT2
 82 - ELU2/ACIDCOMB/PP_V+PERM_V+0.86HIPER+0.8ACID_R_V+0.51TEMP+VENT1
 83 - ELU/ACIDCOMB/PP_V+PERM_V+0.8ACID_R_V+0.51TEMP+VENT2

**VENT 1 – VENTO À 90°

VENT2 – VENTO À 270°

VENT3 – VENTO À 0°

VENT4 – VENTO À 180°

A Tabela 7 mostra ainda: os resultados do coeficiente de instabilidade α ; os deslocamentos horizontais globais (máximo deslocamento horizontal absoluto) e locais (máximo deslocamento horizontal entre pisos) para as combinações do ELS, entre parênteses os valores da razão entre a altura total do edifício e o máximo deslocamento horizontal absoluto encontrado (valor relativo à altura total do edifício) e a razão entre o maior deslocamento horizontal entre piso encontrado e o pé-direito deste piso; o consumo de concreto e formas de todos os pilares da edificação; o consumo total de concreto e formas da edificação; a percentagem de concreto e formas dos pilares em relação a toda a estrutura; a taxa de armadura dos pilares; além dos coeficientes de instabilidade propostos pelo CAD/TQS, apresentados na seção 3.2. Ressalta-se que as armações dos pilares foram elaboradas automaticamente pelo programa, sem que houvesse ajustes ou adequações manuais. Tais resultados servem apenas para o intuito comparativo.

Os modelos MOD0101 e MOD0102 (ver Tabela 3) testados em seguida, representam uma prova dos conceitos apresentados na seção 2.4.3. No MOD0101, as cargas acidentais atuantes nos pavimentos tipo foram reduzidas conforme os fatores indicados pela ABNT NBR 6120:1980, quando a edificação possui mais que seis pavimentos, e tais reduções foram consideradas para o cálculo do coeficiente γ_z , como mostrado na Figura 61 extraído do programa CAD/TQS. Já no MOD0102 a velocidade característica do vento adotada foi de 45 m/s ao invés dos 32 m/s do modelo de referência MOD0100. Os resultados dos modelos MOD0101 e MOD0102 são apresentados nas Tabela 8 e Tabela 9 respectivamente.

Figura 61 - Critério de redução de cargas acidentais para cálculo do γ_z
Fonte: CAD/TQS

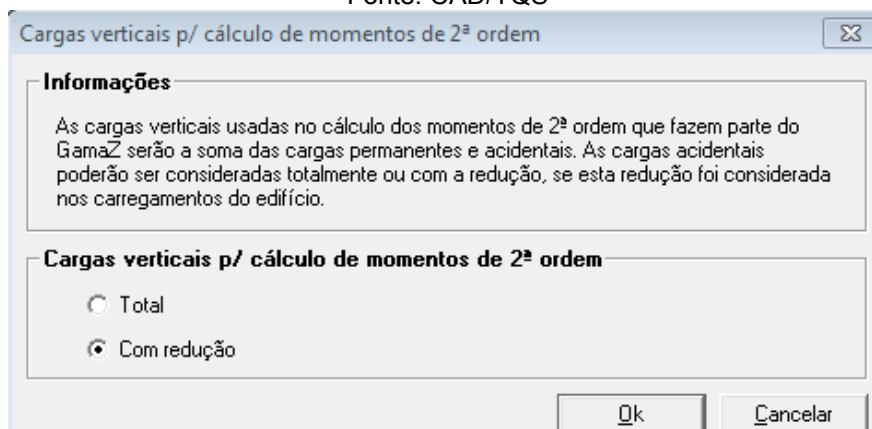


Tabela 8 - Resultado do modelo MOD0101

Coeficientes de Instabilidade			Estado Limite de Serviço-ELS		
Vento	Gama Z	Alfa	Vento	Des. Global [cm]	Des. Local [cm]
90°-270°	1,273(1,292)	1,342(1,401)	90°- 270°	2,27(H/3102)	0,25(h/1276)
0°-180°	1,171(1,183)	0,964(1,01)	0°- 180°	0,92(H/7673)	0,22(h/1495)
Quantitativo dos Pilares			Processo P-Delta		
Área de Formas [m ²]			Combinações	RM2M1	FAVt
Pilar	Taxa de formas	Total de formas	Combinação 33	1,511(1538)	1,634(1,691)
5234	27,38%	19118	Combinação 37	1,505(1,532)	1,623(1,678)
Volume de Concreto [m ³]			Combinação 41	1,417(1,440)	1,462(1,501)
Pilar	Taxa de Concreto	Total de concreto	Combinação 75	1,535(1,546)	1,686(1,749)
531	18,04%	2943	Combinação 79	1,528(1,557)	1,673(1,734)
Taxa de Armadura [kg/m ³]: 127(128)			Combinação 83	1,431(1,454)	1,486(1,525)

Observa-se da Tabela 8 que o valor do coeficiente γ_z sofreu uma redução, como esperado, em decorrência da redução da carga vertical atuante no pórtico (os valores dos parâmetros de instabilidade em parênteses são os valores de referência do MOD0100). A existência deste critério no programa CAD/TQS insinua para uma revisão das combinações de cargas indicada pela ABNT NBR 6118:2014, para o cálculo do coeficiente de instabilidade γ_z . O princípio para a redução da carga acidental, previsto na ABNT NBR 6120:1980, decorre da baixa probabilidade de todos os pavimentos de uma edificação para fins comerciais ou residenciais, serem solicitadas ao mesmo tempo pela totalidade das cargas acidentais previstas no projeto estrutural. A probabilidade combinada da atuação da totalidade das cargas

acidentais e do vento em um mesmo instante é ainda menor. Uma análise pormenorizada deste ponto, não faz parte do escopo deste trabalho, limitando-se apenas em citá-lo e sugerindo o tema para pesquisas futuras.

Tabela 9 - Resultado do modelo MOD0102

Coeficientes de Instabilidade			Estado Limite de Serviço-ELS		
Vento**	Gama Z	Alfa	Vento	Des. Global [cm]	Des. Local [cm]
90°-270°	1,292(1,292)	1,401(1,401)	90°- 270°	4,50(H/1569)	0,51(h/639)
0°-180°	1,183(1,183)	1,01(1,01)	0°- 180°	1,82(H/3878)	0,43(h/749)
Quantitativo dos Pilares			Processo P-Delta		
Área de Formas [m ²]			Combinações*	RM2M1	FAVt
Pilar	Taxa de formas	Total de formas	Combinação 33	1,421(1,538)	1,467(1,691)
5234	27,38%	19118	Combinação 36	1,182(1,065)	1,292(1,292)
Volume de Concreto [m ³]			Combinação 37	1,417(1,532)	1,462(1,678)
Pilar	Taxa de concreto	Total de concreto	Combinação 40	1,229(1,159)	1,292(1,292)
531	18,04%	2943	Combinação 41	1,370(1,440)	1,501(1,501)
Taxa de Armadura [kg/m ³]: 172(128)			Combinação 74	1,169(1,038)	1,292(1,292)
			Combinação 75	1,434(1,564)	1,489(1,749)
			Combinação 78	1,170(1,040)	1,292(1,292)
			Combinação 79	1,429(1,557)	1,483(1,734)
			Combinação 82	1,222(1,144)	1,292(1,292)
			Combinação 83	1,377(1,454)	1,400(1,525)

Da Tabela 9, verifica-se que o valor do coeficiente γ_z encontrado para o modelo MOD0102 é o mesmo valor do modelo de referência MOD0100 (novamente os valores em parênteses são os valores de referência para os parâmetros de instabilidade do MOD0100). Como visto na seção 2.4.3, o aumento da intensidade da força horizontal não alterou o resultado do coeficiente de instabilidade γ_z . No entanto, o resultado dos deslocamentos horizontais encontrados está em desacordo com o limite estabelecido pela ABNT NBR 6118:2014 que é de H/1700, isto é, o deslocamento limite é igual à altura do edifício dividida pelo fator 1700. Para que o modelo respeitasse as premissas desta norma, seria necessário enrijece-lo, o que levaria a uma redução do γ_z .

Para os casos de vento atuando com ângulo de 270° (combinações ímpares), isto é, fachada de trás como barlavento, observou-se uma redução dos valores dos parâmetros de instabilidade propostos pelo CAD/TQS, o RM2RM1 e o FAVt. Tais valores não representam os resultados preliminarmente esperados. Aparentemente, com o acréscimo na velocidade do vento, os momentos de 1ª Ordem aumentaram mais, proporcionalmente, que os momentos de 2ª Ordem, de maneira que os valores encontrados para os parâmetros RM2RM1 e o FAVt ficaram menores que os do modelo de referência MOD0100. Tais resultados não devem ser generalizados, e certamente não se poder concluir que quanto maior a velocidade básica do vento mais estável seria a estrutura. Os parâmetros proposto pelo CAD/TQS, carecem de estudos pormenorizados, para que possam ser tornar representativos.

Para os casos de vento atuando com ângulo de 90° (combinações pares), quando a fachada frontal é o barlavento, os valores do parâmetro RM2RM1 sofreram acréscimos, enquanto os valores do FAVt apresentaram resultados iguais ao γ_z . Como dito na seção 3.2, para os casos em que os deslocamentos decorrentes das cargas verticais atuam no sentido oposto do vento, favorecendo a estabilidade do edifício, o valor do FAVt é menor que o valor do γ_z . No entanto, conforme observação apresentada no relatório de estabilidade de cada edifício processado no CAD/TQS, nestes casos, o programa modifica o valor do FAVt, igualando-o ao valor do γ_z .

Cabe ressaltar que, para o caso de um edifício com planta baixa assimétrica, como a dos modelos analisados, a princípio, a intensidade do valor das forças horizontais deveria alterar sim o coeficiente de instabilidade global, seja este qual for. No caso dos edifícios analisados, que possuem varandas em balanço em apenas um dos lados, as cargas de peso próprio e permanentes das varandas geram por si só, momento nos pilares da estrutura e deslocamentos horizontais, mesmo sem a atuação de uma carga horizontal. Ocorre que nestes casos, com o aumento da intensidade das cargas horizontais, não se verifica mais um aumento proporcional entre os esforços de 1ª e 2ª Ordem como no caso de edifícios com plantas baixas simétricas. Isto é, a relação M_{2d}/M_{1d} presente na fórmula do γ_z , não permanece mais constante como visto na seção 2.4.3. De fato, dada à geometria deste tipo de edificação (sem contar os desaprumos construtivos), verifica-se a ocorrência de esforços de 2ª Ordem mesmo sem a atuação de uma força horizontal. Assim, não se

poderia assumir uma razão constante entre os momentos de 1ª e 2ª Ordem, quando da atuação e majoração de uma força horizontal, como visto antes (ver exemplo na seção 2.4.3).

Neste ponto, é justo destacar a tentativa da TQS Informática em desenvolver um novo parâmetro de instabilidade que cubra casos mais gerais e práticos. No entanto, a aplicabilidade do FAVt como fator de majoração dos esforços de 1ª Ordem, tal como faz o γ_z , assim como o valor limite deste para se definir a estrutura como de nós móveis ou fixos, ou mesmo como estável ou instável, carece de uma análise mais ampla. Esta análise também foge ao escopo deste trabalho, sendo sugerido o tema para pesquisas futuras.

Para o modelo MOD0103, adotou-se o valor de 1 para o critério REDMOL, que regula a flexibilização da ligação entre vigas e pilares. O valor padrão do programa CAD/TQS é 4, tendo sido este o valor adotado para os demais modelos. Os resultados do MOD0103 são apresentados na Tabela 10.

Tabela 10 - Resultado do modelo MOD0103

Coeficientes de Instabilidade			Estado Limite de Serviço-ELS		
Vento	Gama Z	Alfa	Vento	Des. Global [cm]	Des. Local [cm]
90°-270°	1,290(1,292)	1,391(1,401)	90°- 270°	2,23(H/3161)	0,25(h/1276)
0°-180°	1,177(1,183)	0,972(1,01)	0°- 180°	0,91(H/7727)	0,22(h/1495)
Quantitativo dos Pilares			Processo P-Delta		
Área de Formas [m²]			Combinações	RM2M1	FAVt
Pilar	Taxa de formas	Total de formas	Combinação 33	1,532(1,538)	1,679(1,691)
5234	27,38%	19118	Combinação 37	1,526(1,532)	1,667(1,678)
Volume de Concreto [m³]			Combinação 41	1,434(1,440)	1,493(1,501)
Pilar	Taxa de Concreto	Total de concreto	Combinação 75	1,558(1,564)	1,738(1,749)
531	18,04%	2943	Combinação 79	1,551(1,557)	1,724(1,734)
Taxa de Armadura [kg/m³]: 128(128)			Combinação 83	1,449(1,454)	1,519(1,525)

Observa-se da Tabela 10, que a adoção de REDMOL igual à unidade, não resultou em diferenças significativas em nenhum dos coeficientes de instabilidade calculados, quando comparados aos valores da Tabela 7. Como dito na seção 3.2, dada à característica das edificações estudadas, isto é, edifícios formados por lajes lisas

sem vigas, uma variação na consideração da rigidez efetiva das ligações entre vigas e pilares, não afeta a estabilidade da estrutura de maneira relevante. Deste modo, optou-se por não realizar a análise equivalente para a segunda série de modelos, adotando-se para todos os demais modelos o valor padrão do programa.

Embora se tenha verificado nos resultados do MOD0101 que a redução da carga vertical influencia positivamente na estabilidade global da estrutura, propõe-se no modelo MOD0104 aumentar a espessura da laje a fim de analisar se o acréscimo da rigidez à flexão transversal das lajes compensaria o aumento de peso da estrutura, contribuindo com a estabilidade global da mesma. Os resultados do modelo MOD0104 são mostrados na Tabela 11.

Tabela 11 - Resultado do modelo MOD0104

Coeficientes de Instabilidade			Estado Limite de Serviço-ELS		
Vento	Gama Z	Alfa	Vento	Des. Global [cm]	Des. Local [cm]
90°-270°	1,262(1,292)	1,335(1,401)	90°- 270°	1,93(H/3661)	0,25(h/1276)
0°-180°	1,174(1,183)	0,991(1,01)	0°- 180°	0,78(H/8998)	0,22(h/1495)
Quantitativo dos Pilares			Processo P-Delta		
Área de Formas [m ²]			Combinações	RM2M1	FAVt
Pilar	Taxa de formas	Total de formas	Combinação 33	1,503(1,538)	1,636(1,691)
5234	27,43%	19078	Combinação 37	1,497(1,532)	1,624(1,678)
Volume de Concreto [m ³]			Combinação 41	1,405(1,44)	1,457(1,501)
Pilar	Taxa de concreto	Total de concreto	Combinação 75	1,530(1,564)	1,692(1,749)
531	16,67%	3185	Combinação 79	1,523(1,557)	1,678(1,734)
Taxa de Armadura [kg/m ³]: 135(128)			Combinação 83	1,421(1,454)	1,483(1,525)

Como se pode observar, o aumento na espessura da laje enrijece o pórtico espacial reduzindo os deslocamentos horizontais e o valor de todos os coeficientes de instabilidade nas combinações consideradas. Este resultado mostra a influência que a rigidez à flexão transversal das lajes tem na estabilização das estruturas. O acréscimo no volume de concreto entre o MOD0104 e o modelo de referência MOD0100 foi de 242 metros cúbicos, o que equivale a um aumento de 8,22%.

Sem a intenção de se desenvolver aqui uma análise de viabilidade financeira ou mesmo um estudo de custo/benefício, tomou-se de maneira simplificada, os valores

da tabela de preços para a construção civil elaborados pelo LABOR – Laboratório de Orçamento do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Espírito Santo, no mês de novembro de 2015. Segundo essa tabela, o valor de um metro cúbico de concreto usinado com f_{ck} de 30 MPa era de R\$ 256,93 reais, já o valor médio do aço era de R\$ 3,80 por quilo. Assim o custo aproximado de reduzir o valor de $\frac{1}{2}$ dos 1,292 do MOD0100 para os 1,262 do MOD0104 seria de R\$ 76.301,66 reais, caso fosse adotada a opção de aumentar a espessura das lajes.

Sendo o núcleo rígido o principal elemento do sistema de contraventamento deste tipo de estrutura, propõe-se aumentar a espessura deste elemento, a fim de se avaliar o ganho na estabilidade que tal variação ocasionaria. No MOD0105 o núcleo rígido do edifício possui uma espessura de 30 centímetros, ao invés dos 20 centímetros do modelo de referência MOD0100. A Tabela 12 mostra os resultados encontrados.

Tabela 12 - Resultado do modelo MOD0105

Coeficientes de Instabilidade			Estado Limite de Serviço-ELS		
Vento	Gama Z	Alfa	Vento	Des. Global [cm]	Des. Local [cm]
90°-270°	1,265(1,292)	1,353(1,401)	90°- 270°	2,12(H/3329)	0,25(h/1276)
0°-180°	1,144(1,183)	0,934(1,01)	0°- 180°	0,78(H/9028)	0,22(h/1495)
Quantitativo dos Pilares			Processo P-Delta		
Área de Formas [m ²]			Combinações	RM2M1	FAVt
Pilar	Taxa de formas	Total de formas	Combinação 33	1,495(1,538)	1,616(1,691)
5221	27,34%	19097	Combinação 37	1,489(1,532)	1,605(1,678)
Volume de Concreto [m ³]			Combinação 41	1,402(1,440)	1,449(1,501)
Pilar	Taxa de concreto	Total de concreto	Combinação 75	1,521(1,564)	1,669(1,749)
602	19,98%	3013	Combinação 79	1,514(1,557)	1,656(1,734)
Taxa de Armadura [kg/m ³]: 107(128)			Combinação 83	1,417(1,454)	1,474(1,525)

Os resultados mostram uma melhora nos valores de todos os coeficientes de instabilidade, com valores semelhantes aos encontrados no modelo anterior, o MOD0104 onde a espessura das lajes é que foi aumentada. Tal resultado respalda as afirmações de que o núcleo rígido é um dos principais elementos do sistema de contraventamento deste tipo de edificação tendo grande influência na estabilidade, ao menos nos edifícios da primeira série com uma esbeltez de $H/4$. O acréscimo no

volume de concreto entre o MOD0105 e o modelo de referência MOD0100 foi de 70 metros cúbicos, o que equivale a um aumento de 2,38%. No entanto, houver uma redução na taxa de armadura dos pilares, assim como no peso global das armaduras dos pilares em comparação com o modelo de referência MOD0100. Como se vê, o aumento na espessura do núcleo rígido foi mais “eficiente” que o aumento da espessura das lajes. O custo, apresentado de maneira simplista, pois não faz parte do escopo deste trabalho (considerando somente os insumos), de se reduzir o valor de $\frac{1}{2}$ dos 1,292 do MOD0100 para os 1,265 do MOD0105 foi de aproximadamente R\$ 4.479,90 reais.

No modelo MOD0106, reduziu-se o pé-direito dos pavimentos tipo, reduzindo assim o comprimento destravado dos pilares, o que leva ao enrijecimento da estrutura. Do ponto de vista comercial, a área de vendas se mantém ao mesmo tempo em que a estabilidade da edificação é melhorada. Os resultados do MOD0106 são apresentados na Tabela 13.

Tabela 13 - Resultado do modelo MOD0106

Coeficientes de Instabilidade			Estado Limite de Serviço-ELS		
Vento	Gama Z	Alfa	Vento	Des. Global [cm]	Des. Local [cm]
90°-270°	1,258(1,292)	1,343(1,401)	90°- 270°	1,89 (H/3565)	0,22(h/1369)
0°-180°	1,153(1,183)	0,930(1,01)	0°- 180°	0,73(H/9244)	0,19(h/1612)
Quantitativo dos Pilares			Processo P-Delta		
Área de Formas [m ²]			Combinações	RM2M1	FAVt
Pilar	Taxa de formas	Total de formas	Combinação 33	1,503(1,538)	1,506(1,691)
4995	26,46%	18876	Combinação 37	1,497(1,532)	1,496(1,678)
Volume de Concreto [m ³]			Combinação 41	1,405(1,440)	1,391(1,501)
Pilar	Taxa de concreto	Total de concreto	Combinação 75	1,532(1,564)	1,544(1,749)
508	17,44%	2918	Combinação 79	1,525(1,557)	1,532(1,734)
Taxa de Armadura [kg/m ³]: 133(128)			Combinação 83	1,421(1,454)	1,409(1,525)

Analisando os resultados da Tabela 13, pode-se dizer que a alteração adotada no MOD0106 foi a mais eficiente na relação custo *versus* estabilidade², pois houve uma

² Novamente, trata-se de uma análise simplista, mediante a comparação direta dos insumos. Sem a intenção de elucidar questões financeiras a respeito da viabilidade da obra. Vários fatores não estão sendo considerados, como por exemplo, as formas, a viabilidade técnica do espaço disponível para os elevadores, além das eventuais alterações e ajustes que seriam necessários no *layout* arquitetônico, entre outros.

redução no volume de concreto de 25 metros cúbicos em comparação ao modelo de referência, enquanto o coeficiente γ_z reduziu de 1,292 no MOD0100 para 1,258 no MOD0106.

Ocorre que, com a redução do pé-direito dos pavimentos tipo, a relação de esbeltez adotada na primeira série de modelos também foi reduzida. A altura do edifício no MOD0106 é de 60,94 metros no pavimento cobertura, ao passo que no modelo de referência MOD0100 o pavimento cobertura encontra-se a 64,00 metros de altura. Assim, para se restabelecer a relação de esbeltez, incluiu-se mais um pavimento tipo o modelo MOD0106, que foi renomeado como MOD0106-A. Os resultados deste modelo são apresentados na Tabela 14.

Tabela 14 - Resultado do modelo MOD0106-A

Coeficientes de Instabilidade			Estado Limite de Serviço-ELS		
Vento	Gama Z	Alfa	Vento	Des. Global [cm]	Des. Local [cm]
90°-270°	1,292(1,292)	1,395(1,401)	90° - 270°	2,17(H/3259)	0,22(h/1369)
0°-180°	1,170(1,183)	0,962(1,01)	0° - 180°	0,84(H/8449)	0,19(h/1612)
Quantitativo dos Pilares			Processo P-Delta		
Área de Formas [m ²]			Combinações	RM2M1	FAVt
Pilar	Taxa de formas	Total de formas	Combinação 33	1,546(1,538)	1,561(1,691)
2419	12,27%	19713	Combinação 37	1,539(1,532)	1,550(1,678)
Volume de Concreto [m ³]			Combinação 41	1,443(1,440)	1,435(1,501)
Pilar	Taxa de concreto	Total de concreto	Combinação 75	1,578(1,564)	1,605(1,749)
531	17,43%	3046	Combinação 79	1,570(1,557)	1,592(1,734)
Taxa de Armadura [kg/m ³]: 142(128)			Combinação 83	1,462(1,454)	1,457(1,525)

Da Tabela 14 observa-se que, de maneira geral os parâmetros de instabilidade apresentaram valores próximos do modelo de referência MOD0100 com pequenas variações para mais, principalmente no RM2RM1 e para menos, no FAVt.. Tendo em mente que, no MOD0106-A existe a carga vertical de um pavimento tipo extra, é possível mensurar, ainda que de maneira subjetiva, o ganho de rigidez proporcionado pela redução do pé-direito dos pavimentos. Assim, considerando estes resultados optou-se por adotar para a segunda série de modelos, somente um valor para o pé-direito do pavimento tipo, sem a realização de uma nova análise equivalente a desenvolvida nos modelos MOD0106 e MOD0106-A.

O modelo MOD0107 apresenta os coeficientes que simulam a não linearidade física (NLF) das vigas e lajes com valores menos conservadores que aqueles adotados no modelo de referência MOD0100 e previstos na ABNT NBR 6118:2014. Para todas as vigas foi adotado o valor de 0,7, valor este que era indicado pela ABNT NBR 6118:2007 quando se considerava as vigas e pilares como componentes do sistema de contraventamento (ELU). Para as lajes, assumindo a premissa de lajes protendidas com um nível de fissuração menor que lajes de concreto armado convencional, adotou-se o valor de 0,5 (ELU). Para os pilares, manteve-se o valor de 0,8 (ELU). Os resultados do MOD0107 são apresentados na Tabela 15.

Tabela 15 - Resultado do modelo MOD0107

Coeficientes de Instabilidade			Estado Limite de Serviço-ELS		
Vento	Gama Z	Alfa	Vento	Des. Global [cm]	Des. Local [cm]
90°-270°	1,225(1,292)	1,253(1,401)	90°- 270°	2,27(H/3102)	0,25(h/1276)
0°-180°	1,150(1,183)	0,938(1,01)	0°- 180°	0,92(H/7670)	0,22(h/1495)
Quantitativo dos Pilares			Processo P-Delta		
Área de Formas [m ²]			Combinações	RM2M1	FAVt
Pilar	Taxa de formas	Total de formas	Combinação 33	1,420(1,538)	1,494(1,691)
5234	27,38%	19118	Combinação 37	1,415(1,532)	1,486(1,678)
Volume de Concreto [m ³]			Combinação 41	1,340(1,440)	1,369(1,501)
Pilar	Taxa de concreto	Total de concreto	Combinação 75	1,443(1,564)	1,534(1,749)
531	18,04%	2943	Combinação 79	1,437(1,557)	1,525(1,734)
Taxa de Armadura [kg/m ³]: 123(128)			Combinação 83	1,354(1,454)	1,389(1,525)

Analisando os resultados da Tabela 15, verifica-se que a alteração de critérios adotados no MOD0107, produziu a maior redução no valor do coeficiente γ_z dentre os modelos analisados até então, quando comparado ao valor do modelo de referência MOD0100. A manutenção dos valores dos deslocamentos horizontais era esperada uma vez que, para a verificação no ELS, o coeficiente de NLF dos elementos não sofreu alterações. Este resultado novamente demonstra a relevância da rigidez à flexão transversal das lajes para a estabilização da estrutura. Pois, tendo em mente o baixo número de vigas presentes na estrutura, a redução encontrada deve ser atribuída em maior parte ao acréscimo de rigidez conferido as lajes ao se adotar um valor igual a 0,5EI ao invés de 0,3EI para a rigidez destes

elementos. Este resultado vai ao encontro das expectativas de Feitosa e Alves (2015).

Em um modelo de grelha como o utilizado pelo programa CAD/TQS para simular as lajes, dependendo da discretização da mesma, poucas barras interceptarão o pilar. Assim, no modelo MOD0108 lançou-se mão de um artifício de modelagem disponível no CAD/TQS, onde se introduz “capitéis” com a mesma espessura da laje na região dos pilares aumentando-se a discretização da grelha nesta região. Buscou-se com isto, eliminar ou pelo menos reduzir os “picos” de momentos negativos na sobreposição das barras da grelha com os pilares, obtendo assim um diagrama de momentos mais “suavizado” e mais próximo da realidade. Há ainda outro critério disponível no programa CAD/TQS que permite simular de maneira simplificada a plastificação das barras na região definida pelo capitel. Dois parâmetros regulam a plastificação, o primeiro denominado “Divisor de Inércia à flexão das barras do capitel” e o outro “Divisor de inércia à flexão no apoio sobre o pilar”. A divisão total da rigidez das barras da região é o produto dos dois valores. Alternativamente ao uso dos divisores, é possível definir um coeficiente de engastamento nas pontas das barras (da laje) que “chegam” ao pilar, como é mostrado na Figura 62.

Figura 62 - Critério de plastificação sobre pilares

Fonte: CAD/TQS

Plastificação sobre pilares internos

Informações

O controle de plastificação de lajes planas sobre apoios internos é independente dos apoios externos, em vigas. Para o CAD/Formas, um pilar interno é aquele que sustenta a laje e não recebe nenhuma viga.

Plastificando apoios internos, você pode por exemplo igualar momentos negativos no apoio e positivos no meio do vão para obter um detalhamento mais econômico à protensão.

Somente a plastificação do encontro com o pilar não é suficiente no apoio, pois dependendo da discretização, poucas barras encontrarão o pilar. Plastificando-se também a região do capitel, teremos uma diminuição de momentos mais uniforme.

A determinação dos coeficientes para obter uma porcentagem exata de plastificação não é possível. Assim, o engenheiro deverá obter sensibilidade da diminuição através de tentativas.

Note que a plastificação no encontro do pilar é multiplicada pela plastificação do capitel. No exemplo à esquerda, definimos o capitel com divisor de flexão 5 e o encontro com o pilar com divisor 50. O divisor final no encontro com o pilar foi de 250.

Uma outra alternativa ao uso de barras curtas de plastificação é a definição de coeficientes de engastamento nas pontas das barras. Estes coeficientes são ativados com um valor diferente de zero. Por exemplo, para obter redução de momento de 20%, use um coeficiente de 0.8. No desenho de dados da grelha, ele será representado por uma articulação como na figura abaixo:

Para ver este detalhe, você precisará ampliar a imagem da ponta da barra várias vezes.

Se você desejar voltar ao esquema de plastificação por barras de menor rigidez, atribua zero aos valores de engastamento parcial.

☒ **Plastifica barras internas de capitel**

☒ **Plastifica apoio sobre pilares no meio da laje**

Divisor de inércia à flexão das barras do capitel:

Divisor de inércia à flexão no apoio sobre pilar intermediário:

Engastamento parcial de lajes sobre pilares: (0=Não, 0.01=artic., 1=eng.)

Feitosa e Alves (2015) testaram uma série de valores para os divisores e para o coeficiente de engastamento parcial, e constataram uma significativa influência na estabilidade da estrutura quando se considera uma rigidez reduzida para a ligação laje-pilar.

Particularmente no caso de lajes protendidas, a existência das armaduras ativas, armaduras passiva negativa e a armadura contra colapso progressivo, conferem a região uma rigidez significativa, enrijecendo a ligação laje-pilar. Neste contexto o modelo MOD0108 trata-se apenas de mais uma prova de conceito, e o ajuste fino do nível de plastificação da região da ligação laje-pilar, particularmente em lajes protendidas, é um tema a ser analisado pormenorizadamente em pesquisas futuras,

sendo indiscutível, no entanto, sua influência na estabilidade global da estrutura (FEITOSA e ALVES, 2015). Os valores adotados para os divisores foram;

- Divisor de inércia à flexão das barras do capitel: 2
- Divisor de inércia à flexão no apoio sobre pilar intermediário: 5

Os resultados do modelo MOD0108 são apresentados na Tabela 16.

Tabela 16 - Resultado do modelo MOD0108

Coeficientes de Instabilidade			Estado Limite de Serviço-ELS		
Vento	Gama Z	Alfa	Vento	Des. Global [cm]	Des. Local [cm]
90°-270°	1,307(1,292)	1,433(1,401)	90°- 270°	2,39(H/2957)	0,23(h/1662)
0°-180°	1,176(1,183)	0,980(1,01)	0°-180°	0,94(H/7505)	0,09(h/4213)
Quantitativo dos Pilares			Processo P-Delta		
Área de Formas [m ²]			Combinações	RM2M1	FAVt
Pilar	Taxa de formas	Total de formas	Combinação 33	1,548(1,538)	1,563(1,691)
5234	27,38%	19118	Combinação 37	1,541(1,532)	1,553(1,678)
Volume de Concreto [m ³]			Combinação 41	1,451(1,440)	1,444(1,501)
Pilar	Taxa de concreto	Total de concreto	Combinação 75	1,580(1,564)	1,608(1,749)
531	18,04%	2943	Combinação 79	1,573(1,557)	1,596(1,734)
Taxa de Armadura [kg/m ³]: 134(128)			Combinação 83	1,470(1,454)	1,466(1,525)

O Modelo MOD0109 foi processado utilizando-se o modelo de cálculo IV do CAD/TQS, apresentado na seção 3.2, e como foi dito, neste modelo as lajes não são consideradas como parte do sistema de contraventamento do edifício, sendo o pórtico espacial composto apenas pelos pilares e vigas da estrutura. A Tabela 17 apresenta os resultados do MOD0109.

Tabela 17 - Resultado do modelo MOD0109

Coeficientes de Instabilidade			Estado Limite de Serviço-ELS		
Vento	Gama Z	Alfa	Vento	Des. Global [cm]	Des. Local [cm]
90°-270°	2,203(1,292)	2,265(1,401)	90°- 270°	8,86(H/796)	0,57(h/565)
0°-180°	1,306(1,183)	1,247(1,01)	0°- 180°	2,54(H/2781)	0,23(h/1711)
Quantitativo dos Pilares			Processo P-Delta		
Área de Formas [m ²]			Combinações*	RM2M1	FAVt
Pilar	Taxa de formas	Total de formas	Combinação 31	1,915	2,203
5234	27,38%	19118	Combinação 32(33)	3,312 (1,538)	2,203(1,691)
Volume de Concreto [m ³]			Combinação 35(36)	1,860(1,065)	2,203(1,292)
Pilar	Taxa de concreto	Total de concreto	Combinação 36(37)	3,223(1,532)	2,203(1,678)
531	18,04%	2943	Combinação 39(40)	2,130(1,159)	2,203(1,292)
Taxa de Armadura [kg/m ³]: 309(128)			Combinação 40(41)	2,952(1,440)	7,261(1,501)
			Combinação 59(74)	1,880(1,038)	2,203(1,292)
			Combinação 60(75)	3,346(1,564)	2,203(1,749)
			Combinação 63(78)	3,255(1,040)	2,203(1,292)
			Combinação 64(79)	3,255(1,557)	2,203(1,734)
			Combinação 67(82)	2,109(1,144)	2,203(1,292)
			Combinação 68(83)	2,971(1,454)	8,198(1,525)

*31 - ELU/ACIDCOMB/PP+PERM+ACID_R+0.51TEMP+0.6VENT1
 32 - ELU/ACIDCOMB/PP+PERM+ACID_R+0.51TEMP+0.6VENT2
 35 - ELU2/ACIDCOMB/PP+PERM+0.86HIPER+0.8ACID_R+0.86TEMP+0.6VENT1
 36 - ELU/ACIDCOMB/PP+PERM+0.8ACID_R+0.86TEMP+0.6VENT2
 39 - ELU2/ACIDCOMB/PP+PERM+0.86HIPER+0.8ACID_R+0.51TEMP+VENT1
 40 - ELU/ACIDCOMB/PP+PERM+0.8ACID_R+0.51TEMP+VENT2
 59 - ELU2/ACIDCOMB/PP_V+PERM_V+0.86HIPER+ACID_R_V+0.51TEMP+0.6VENT1
 60 - ELU2/ACIDCOMB/PP_V+PERM_V+0.86HIPER+ACID_R_V+0.51TEMP+0.6VENT2
 63 - ELU2/ACIDCOMB/PP_V+PERM_V+0.86HIPER+0.8ACID_R_V+0.86TEMP+0.6VENT1
 64 - ELU2/ACIDCOMB/PP_V+PERM_V+0.86HIPER+0.8ACID_R_V+0.86TEMP+0.6VENT2
 67 - ELU2/ACIDCOMB/PP_V+PERM_V+0.86HIPER+0.8ACID_R_V+0.51TEMP+VENT1
 68 - ELU/ACIDCOMB/PP_V+PERM_V+0.8ACID_R_V+0.51TEMP+VENT2

Os resultados da Tabela 17, mostram a significativa influência que a consideração das lajes e de sua rigidez à flexão transversal tem na estabilização da estrutura. Desconsiderar as lajes como elemento de contraventamento, levou o modelo a apresentar deslocamentos laterais muito acima daqueles obtidos no modelo de referência MOD0100, e também acima dos limites normativos. O mesmo pode-se dizer sobre os valores dos parâmetros de instabilidade γ_z e α encontrados para o modelo MOD0109.

Não foi possível uma comparação direta entre os parâmetros de instabilidade do CAD/TQS, a saber, RM2RM1 e o FAVt, pois com a mudança do modelo de cálculo adotada nesta análise, a numeração das combinações se altera. As combinações apresentadas na Tabela 17, no entanto, são equivalentes às aquelas apresentadas no modelo de referência MOD0100.

Os resultados encontrados corroboram as conclusões de Martins (2001), Feitosa e Alves (2015), quando a significativa influência na estabilidade global que a rigidez à flexão transversal das lajes possui. Ignorá-la, particularmente no caso de edificações formadas exclusivamente por lajes lisas (sem vigas), poderia levar a deslocamentos horizontais superestimados, dificultando o cumprimento das prescrições normativas quando ao ELS (deslocamentos horizontais) e ELU (Instabilidade e efeitos de 2ª Ordem).

No modelo MOD0110, lança-se mão do módulo de análise SISE – Sistema de Iteração Solo-Estrutura do programa CAD/TQS. Neste modelo são inclusos os elementos de fundação: cintas, estacas e blocos de coroamento, que juntamente com os perfis de sondagem (ver anexo D), são utilizados para o cálculo dos coeficientes de reação vertical e horizontal a serem incorporados ao pórtico espacial. As estacas utilizadas neste modelo foram estacas pré-moldadas cravadas com diâmetro de 40 centímetros para os pilares da torre e estacas de 25 centímetros para os pilares que “morrem” ao final do embasamento. A capacidade estrutural das estacas foi retirada de catálogos comerciais³, enquanto a capacidade do sistema estaca-solo, para o comprimento adotado, foi estimada a partir do método de Aoki-Velloso (1975). Adotou-se um fator de segurança igual a dois para a determinação da capacidade de carga admissível das estacas, conforme recomendações da ABNT NBR 6122:2010. Os resultados do MOD0110 são apresentados na Tabela 18.

³ INCORPRÉ – PRÉ-FABRICADOS DE CONCRETO. (www.incopre.com.br)

Tabela 18 - Resultado do modelo MOD0110

Coeficientes de Instabilidade			Estado Limite de Serviço-ELS		
Vento	Gama Z	Alfa	Vento	Des. Global [cm]	Des. Local [cm]
90°-270°	2,110(1,292)	2,004(1,401)	90°- 270°	4,04(H/1748)	0,33(h/1165)
0°-180°	1,769(1,183)	1,623(1,01)	0°- 180°	1,59(H/4436)	0,22(h/1460)
Quantitativo dos Pilares			Processo P-Delta		
Área de Formas [m ²]			Combinações	RM2M1	FAVt
Pilar	Taxa de formas	Total de formas	Combinação 33	2,358(1,538)	5,445(1,691)
5234	27,38%	19118	Combinação 37	2,325(1,532)	5,056(1,678)
Volume de Concreto [m ³]			Combinação 41	2,185(1,440)	3,245(1,501)
Pilar	Taxa de concreto	Total de concreto	Combinação 75	2,395(1,564)	6,436(1,749)
531	18,04%	2943	Combinação 79	2,362(1,557)	5,896(1,734)
Taxa de Armadura [kg/m ³]: 128(128)			Combinação 83	2,207(1,454)	3,434(1,525)

Os resultados do MOD0110 mostram a significativa influencia da Iteração Solo-Estrutura (ISE) na análise dos deslocamentos horizontais e da estabilidade da estrutura. Comparando os resultados das Tabela 17 e Tabela 18, pode-se dizer que, considerar a ISE no dimensionamento da estrutura leva a uma flexibilização desta, semelhante a não considerar a rigidez à flexão transversal das lajes. Entretanto, enquanto a não consideração da rigidez das lajes poderia levar a resultados conservadores, pois nem todos os elementos da estrutura são considerados para a determinação de sua rigidez, ignorar a ISE poderia levar a resultados contra a segurança.

Finalmente, buscou-se elaborar um modelo que incluísse todos os parâmetros analisados aqui, que contribuíram para a estabilização da estrutura, além do ISE, por ser este relevante na análise estrutural. Os parâmetros adotados para o MOD0111 são mostrados na Tabela 3 da seção 3.1, e os resultados encontrados são apresentados na Tabela 19.

Tabela 19 - Resultado do modelo MOD0111

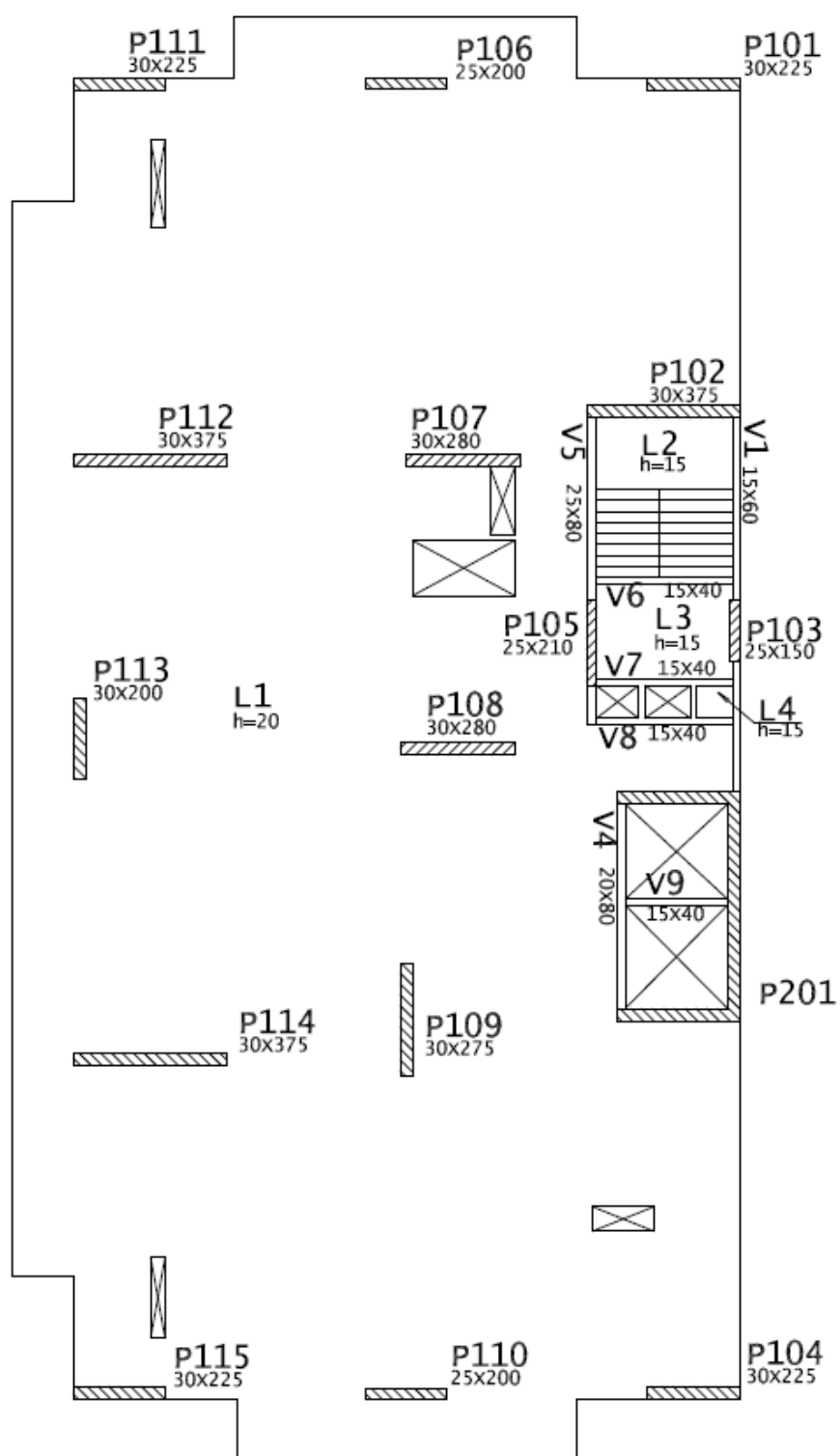
Coeficientes de Instabilidade			Estado Limite de Serviço-ELS		
Vento	Gama Z	Alfa	Vento	Des. Global [cm]	Des. Local [cm]
90°-270°	1,268(1,292)	1,254(1,401)	90°- 270°	1,93(H/3503)	0,23(h/1703)
0°-180°	1,243(1,183)	1,150(1,01)	0°- 180°	0,75(H/8977)	0,10(h/3786)
Quantitativo dos Pilares			Processo P-Delta		
Área de Formas [m ²]			Combinações	RM2M1	FAVt
Pilar	Taxa de formas	Total de formas	Combinação 33	1,455(1,538)	1,445(1,691)
6815	32,60%	20905	Combinação 37	1,444(1,532)	1,427(1,678)
Volume de Concreto [m ³]			Combinação 41	(1,440)	(1,501)
Pilar	Taxa de concreto	Total de concreto	Combinação 75	1,480(1,564)	1,471(1,749)
912	25,45%	3583	Combinação 79	1,470(1,557)	1,452(1,734)
Taxa de Armadura [kg/m ³]: 69(128)			Combinação 83	1,386(1,454)	1,363(1,525)

Uma sequência de tentativas foi realizada até a obtenção dos resultados apresentados na Tabela 19. Além da adoção de todos os parâmetros favoráveis indicados na Tabela 3, as seções transversais dos pilares sofreram sucessivas revisões manuais até se alcançar os resultados apresentados.

Ressalta-se que os valores totais de consumo de concreto e formas, apresentados na Tabela 19, incluem as quantidades das cintas e dos blocos de coroamento das estacas, elementos não considerados no modelo de referência MOD0100. É possível, no entanto, comparar as quantidades de volume de concreto dos pilares entre os modelos; No modelo MOD0100 o volume de concreto dos pilares foi de 531 metros cúbicos, enquanto o modelo MOD0111 apresentou uma quantidade de 912 metros cúbicos, um acréscimo percentual de 71,75% no volume de concreto dos pilares.

A título de comparação, a Figura 63 mostra a planta baixa do pavimento tipo do modelo MOD0111, com destaque para as seções transversais dos pilares adotados para este modelo. A planta foi girada em 90° para que coubesse melhor na página. A Figura 49 na seção 3.1 mostra a planta baixa do pavimento tipo do modelo de referência MOD0100.

Figura 63 - Planta baixa do pav. tipo - MOD0111
Fonte: Autor



PLANTA BAIXA-PAV. TIPO-MOD0111

ESCALA - 1:50

4.2 SEGUNDA SÉRIE DE MODELOS

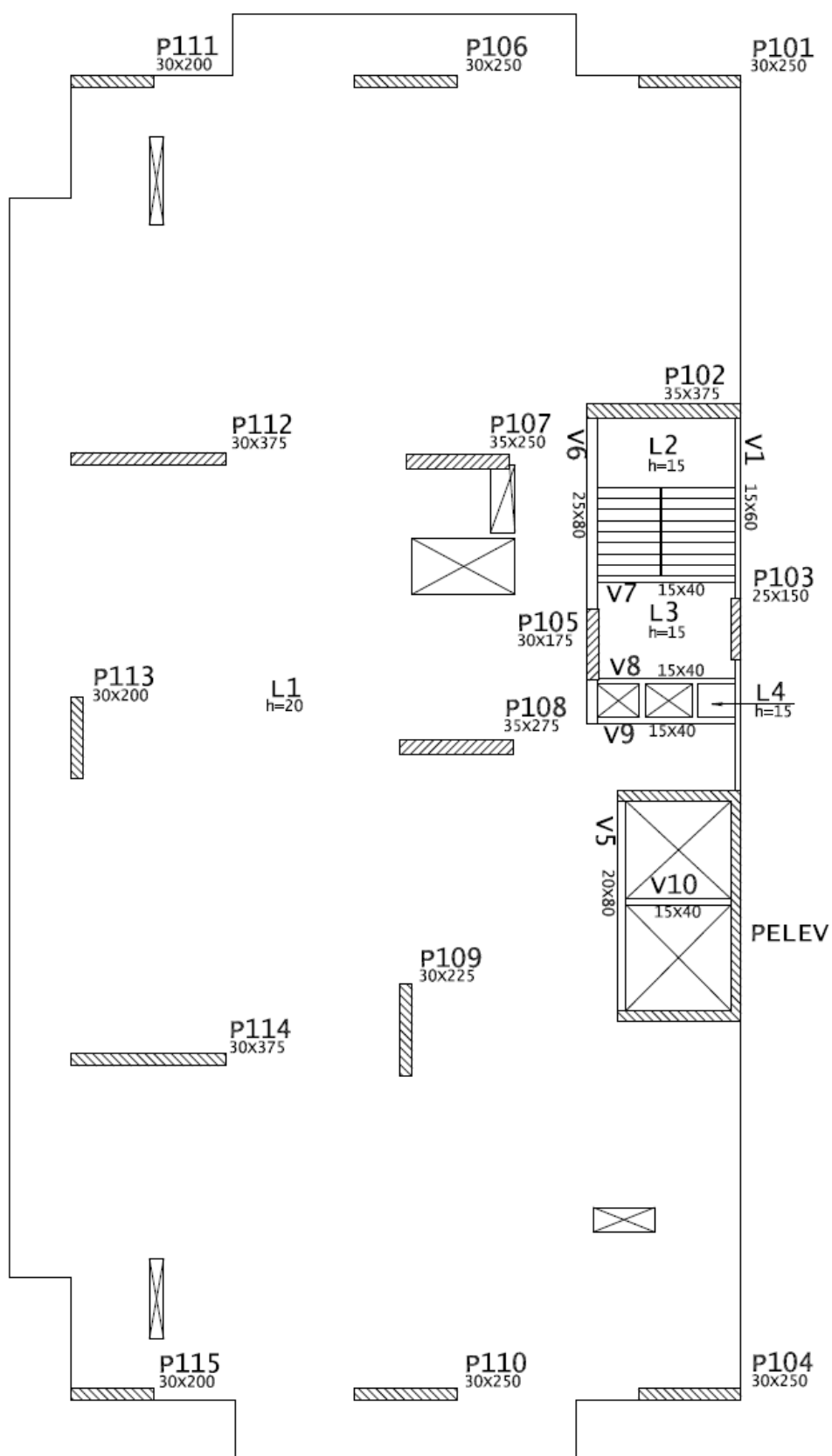
Para os modelos da segunda série, adotou-se um índice de esbeltez de um para seis, como descrito na seção 3.1, sendo a variação dos parâmetros adotados como mostrado na Tabela 4. O modelo de referência desta série foi denominado MOD0200 e os resultados deste, são apresentados na Tabela 20.

Tabela 20 - Resultado do modelo MOD0200

Coeficientes de Instabilidade			Estado Limite de Serviço-ELS		
Vento	Gama Z	Alfa	Vento	Des. Global [cm]	Des. Local [cm]
90°-270°	1,287	1,286	90°- 270°	3,10(H/3364)	1,36(h/7636)
0°-180°	1,226	1,051	0°- 180°	0,21(H/1451)	0,20(h/1558)
Quantitativo dos Pilares			Processo P-Delta		
Área de Formas [m ²]			Combinações	RM2M1	FAVt
Pilar	Taxa de formas	Total de formas	Combinação 33	1,437	1,424
10788	33,99%	31732	Combinação 36	1,160	1,287
Volume de Concreto [m ³]			Combinação 37	1,433	1,420
Pilar	Taxa de concreto	Total de concreto	Combinação 40	1,215	1,287
1447	26,46%	5468	Combinação 41	1,378	1,364
Taxa de Armadura [kg/m ³]: 98			Combinação 74	1,135	1,287
			Combinação 75	1,462	1,452
			Combinação 78	1,136	1,287
			Combinação 79	1,457	1,446
			Combinação 82	1,200	1,287
			Combinação 83	1,393	1,378

A Figura 64 mostra a planta baixa do pavimento tipo do modelo MOD0200, com destaque para as seções transversais dos pilares adotados para este modelo. Ao final da seção, será apresentada a planta baixa do último modelo processado a título de comparação, tal como feito na seção 4.1.

Figura 64 - Planta baixa do pav. tipo - MOD0200
Fonte: Autor



PLANTA BAIXA DO PAV. TIPO - MOD0200

Para o modelo MOD0201 adotou-se a espessura de 35 centímetros, ao invés dos 25 centímetros adotados no modelo de referência. Os resultados deste modelo são apresentados na Tabela 21.

Tabela 21 - Resultado do modelo MOD0201

Coeficientes de Instabilidade			Estado Limite de Serviço-ELS		
Vento	Gama Z	Alfa	Vento	Des. Global [cm]	Des. Local [cm]
90°-270°	1,282(1,287)	1,203(1,286)	90°- 270°	3,02(H/3449)	0,21(h/1451)
0°-180°	1,279 (1,226)	1,018(1,051)	0°- 180°	1,28(H/8134)	0,2(h/1558)
Quantitativo dos Pilares			Processo P-Delta		
Área de Formas [m ²]			Combinações	RM2M1	FAVt
Pilar	Taxa de formas	Total de formas	Combinação 33	1,430(1,437)	1,417(1,424)
10767	33,97%	31697	Combinação 37	1,427(1,433)	1,413(1,420)
Volume de Concreto [m ³]			Combinação 41	1,373(1,378)	1,358(1,364)
Pilar	Taxa de concreto	Total de concreto	Combinação 75	1,462(1,462)	1,447(1,452)
1552	27,86%	5571	Combinação 79	1,453(1,457)	1,441(1,446)
Taxa de Armadura [kg/m ³]: 96(98)			Combinação 83	1,388(1,393)	1,373(1,378)

Observa-se que a redução no valor do parâmetro de instabilidade γ_z foi discreta. Este resultado difere significativamente do resultado análogo ao da primeira série. Ocorre que, com o aumento do número de pavimentos, os demais pilares da estrutura também tiveram suas seções transversais aumentadas, de maneira que a contribuição da rigidez do núcleo na rigidez global da estrutura, que neste caso inclui até mesmo a rigidez à flexão transversal das lajes, diminuiu significativamente em comparação aos modelos da primeira série.

Cabe, no entanto, ressaltar novamente que, no programa CAD/TQS o núcleo rígido é simulado como uma barra com rigidez axial e flexional equivalente a seção transversal do núcleo, e que o efeito da restrição parcial ao empenamento proporcionada pelos lintéis e pela laje plana não está sendo considerado para o cálculo dos deslocamentos horizontais, sendo esta uma limitação importante do programa. A modelagem do núcleo rígido carece de um maior aprimoramento, devendo ser incluída a teoria de flexo-torção e empenamento da seção transversal do núcleo para a obtenção de resultados mais próximos da realidade e uma melhor análise da estabilidade global deste tipo de edificação, particularmente o caso de

edificações assimétricas. Há a indicação de que na nova versão 19 do programa CAD/TQS os núcleos rígidos serão discretizados por várias barras, melhorando a análise da torção nestes elementos.

No modelo MOD0202, redefiniu-se os valores dos coeficientes de não linearidade física (NLF) para as vigas e lajes, em uma análise análoga a desenvolvida no MOD0107. Novamente, adotou-se para as vigas o valor de 0,7 e para as lajes o valor de 0,5. Os resultados do MOD0202 são apresentados na Tabela 22.

Tabela 22 - Resultado do modelo MOD0202

Coeficientes de Instabilidade			Estado Limite de Serviço-ELS		
Vento	Gama Z	Alfa	Vento	Des. Global [cm]	Des. Local [cm]
90° - 270°	1,208(1,287)	1,115(1,286)	90° - 270°	3,10(H/3364)	0,21(h/1541)
0° - 180°	1,170(1,226)	0,930(1,051)	0° - 180°	1,37(H/7634)	0,20(h/1558)
Quantitativo dos Pilares			Processo P-Delta		
Área de Formas [m ²]			Combinações	RM2M1	FAVt
Pilar	Taxa de formas	Total de formas	Combinação 33	1,316(1,437)	1,294(1,424)
10788	33,99%	31732	Combinação 37	1,313(1,433)	1,292(1,420)
Volume de Concreto [m ³]			Combinação 41	1,273(1,378)	1,257(1,364)
Pilar	Taxa de concreto	Total de concreto	Combinação 75	1,338(1,462)	1,315(1,452)
1447	26,46%	5468	Combinação 79	1,335(1,457)	1,312(1,446)
Taxa de Armadura [kg/m ³]: 86(98)			Combinação 83	1,286(1,393)	1,268(1,378)

Os resultados da Tabela 22, reafirmam a significativa influência que os ajustes dos coeficientes de NLF têm sobre a estabilidade da estrutura. Em particular, a consideração da rigidez à flexão transversal das lajes associada ao aumento da rigidez efetiva considerada para estas, que assume grande relevância na estabilização da estrutura.

Os resultados obtidos no modelo MOD0203 respaldam a afirmação do parágrafo anterior, onde o modelo de cálculo adotado para seu processamento foi o modelo de cálculo IV do programa CAD/TQS, em uma análise análoga a desenvolvida no MOD0109, onde não se considera a laje como parte do sistema de contraventamento da estrutura. Os resultados do MOD0203 são apresentados na Tabela 23.

Tabela 23 - Resultado do modelo MOD0203

Coeficientes de Instabilidade			Estado Limite de Serviço-ELS		
Vento	Gama Z	Alfa	Vento	Des. Global [cm]	Des. Local [cm]
90°-270°	5,366(1,287)	2,627(1,286)	90°- 270°	20,31(513)	0,82(374)
0°-180°	1,593(1,226)	1,534(1,051)	0°- 180°	5,38(1936)	0,42(906)
Quantitativo dos Pilares			Processo P-Delta		
Área de Formas [m ²]			Combinações	RM2M1	FAVt
Pilar	Taxa de formas	Total de formas	Combinação 31	-	5,366
10788	33,99%	31732	Combinação 32(33)	-	5,366(1,424)
Volume de Concreto [m ³]			Combinação 35(36)	-	5,366(1,287)
Pilar	Taxa de concreto	Total de concreto	Combinação 36(37)	-	5,366(1,420)
1447	26,46%	5468	Combinação 39(40)	-	5,366(1,287)
Taxa de Armadura [kg/m ³]: 182(98)			Combinação 40(41)	-	5,366(1,364)
			Combinação 59(74)	-	5,366(1,287)
			Combinação 60(75)	-	5,366(1,452)
			Combinação 63(78)	-	5,366(1,287)
			Combinação 64(79)	-	5,366(1,446)
			Combinação 67(82)	-	5,366(1,287)
			Combinação 68(83)	-	5,366(1,378)

*31 - ELU/ACIDCOMB/PP+PERM+ACID_R+0.51TEMP+0.6VENT1

32 - ELU/ACIDCOMB/PP+PERM+ACID_R+0.51TEMP+0.6VENT2 (33)

35 - ELU2/ACIDCOMB/PP+PERM+0.86HIPER+0.8ACID_R+0.86TEMP+0.6VENT1 (36)

36 - ELU/ACIDCOMB/PP+PERM+0.8ACID_R+0.86TEMP+0.6VENT2 (37)

39 - ELU2/ACIDCOMB/PP+PERM+0.86HIPER+0.8ACID_R+0.51TEMP+VENT1 (40)

40 - ELU/ACIDCOMB/PP+PERM+0.8ACID_R+0.51TEMP+VENT2 (41)

59 - ELU2/ACIDCOMB/PP_V+PERM_V+0.86HIPER+ACID_R_V+0.51TEMP+0.6VENT1 (74)

60 - ELU2/ACIDCOMB/PP_V+PERM_V+0.86HIPER+ACID_R_V+0.51TEMP+0.6VENT2 (75)

63 - ELU2/ACIDCOMB/PP_V+PERM_V+0.86HIPER+0.8ACID_R_V+0.86TEMP+0.6VENT1 (78)

64 - ELU2/ACIDCOMB/PP_V+PERM_V+0.86HIPER+0.8ACID_R_V+0.86TEMP+0.6VENT2(79)

67 - ELU2/ACIDCOMB/PP_V+PERM_V+0.86HIPER+0.8ACID_R_V+0.51TEMP+VENT1(82)

68 - ELU/ACIDCOMB/PP_V+PERM_V+0.8ACID_R_V+0.51TEMP+VENT2(83)

Ressalta-se que não foram obtidos os resultados para o parâmetro de instabilidade RM2M1 do CAD/TQS, pelo fato do processamento do pórtico espacial utilizando o método do P-Delta não ter convergido. O valor encontrado para o coeficiente γ_z não é representativo, e poder-se-ia simplesmente dizer que o pórtico não converge baseado nos deslocamentos horizontais encontrado para o ELU e ELS. Adicionalmente, vários pilares da edificação não foram dimensionados automaticamente pelo CAD/TQS, logo a quantidade de armação utilizada para o cálculo da taxa de armadura dos pilares está “incompleta”, a real taxa seria muito maior neste exemplo.

No modelo MOD0204, novamente utilizou-se o módulo de análise SISE do programa CAD/TQS, tendo sido incorporado ao pórtico espacial as “molas” que simulam a rigidez do solo. Para os modelos da segunda série, adotou-se estacas do tipo hélice continua de 50 e 60 centímetros para os pilares da torre e de 30 centímetros para os pilares que “morrem” no embasamento. O método de cálculo para a estimativa da capacidade resistente do sistema estaca-solo adotado foi de Alonso (1996) *apud* Manual TQS (2013), ver Figura 56. A Tabela 24 apresenta os resultados encontrados para o MOD0204.

Tabela 24 - Resultado do modelo MOD0204

Coeficientes de Instabilidade			Estado Limite de Serviço-ELS		
Vento	Gama Z	Alfa	Vento	Des. Global [cm]	Des. Local [cm]
90°-270°	1,699(1,287)	1,686(1,286)	90°- 270°	5,18(2013)	0,31(1244)
0°-180°	1,481(1,226)	1,385(1,051)	0°- 180°	1,89(5519)	0,12(3159)
Quantitativo dos Pilares			Processo P-Delta		
Área de Formas [m ²]			Combinações	RM2M1	FAVt
Pilar	Taxa de formas	Total de formas	Combinação 33	2,473(1,437)	6,436(1,424)
10788	33,67%	32043	Combinação 37	2,451(1,433)	5,872(1,420)
Volume de Concreto [m ³]			Combinação 41	2,140(1,378)	2,963(1,364)
Pilar	Taxa de concreto	Total de concreto	Combinação 75	2,475(1,462)	6,531(1,452)
1447	26,32%	5496	Combinação 79	2,453(1,457)	5,933(1,446)
Taxa de Armadura [kg/m ³]: 94 (98)			Combinação 83	2,141(1,393)	2,972(1,378)

Os resultados apresentados na Tabela 24, reforçam as observações apresentadas na seção 4.1, em particular o fato de que, ao se desprezar a ISE na análise da estabilidade de edifícios esbeltos formados por lajes lisas, o projetista poderia estar tomando uma atitude contra a segurança e ao bom funcionamento da estrutura projetada, dado os deslocamentos horizontais elevados (ELS).

Por fim, adotando-se todos os critérios e parâmetros que contribuem para a estabilização da estrutura (ver Tabela 4), além do ISE, por ser este relevante na análise estrutural, elaborou-se o modelo MOD0205. Novamente uma sequência de tentativas, com ajustes manuais sucessivos das seções transversais dos pilares, foi realizada até que obtivesse um coeficiente γ_z inferior a 1,3. Particularmente neste modelo, além do ajuste nas seções dos pilares, lançou-se mão de vigas em todo o

contorno da planta baixa dos pavimentos tipo, como mostrado na Figura 65. Os resultados obtidos para o MOD205 são apresentados na Tabela 25.

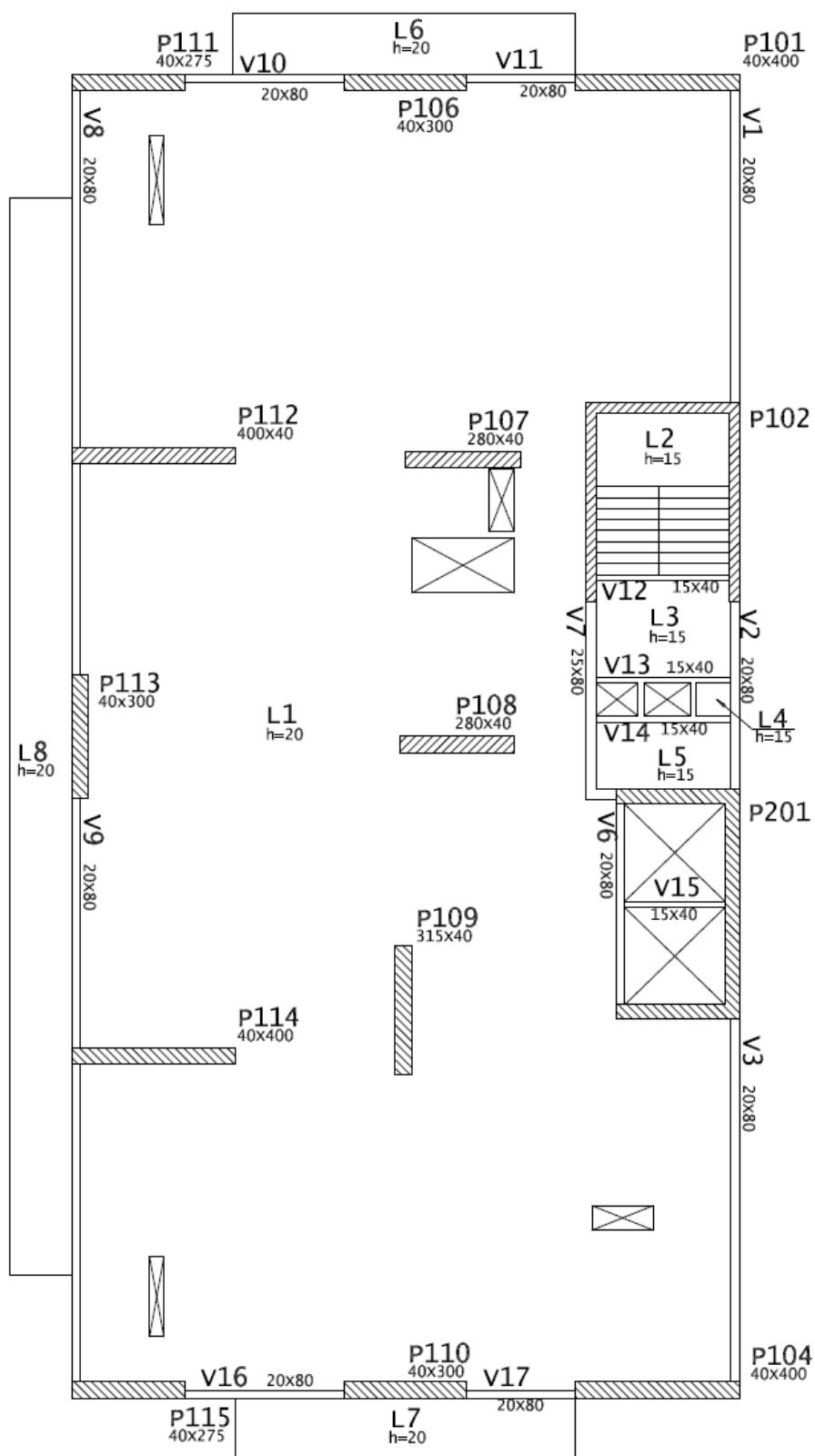
Tabela 25 - Resultado do modelo MOD0205

Coeficientes de Instabilidade			Estado Limite de Serviço-ELS		
Vento	Gama Z	Alfa	Vento	Des. Global [cm]	Des. Local [cm]
90°-270°	1,268(1,287)	1,207(1,286)	90°- 270°	3,66(2849)	0,25(1514)
0°-180°	1,206(1,226)	1,023(1,051)	0°- 180°	1,27(8174)	0,12(3148)
Quantitativo dos Pilares			Processo P-Delta		
Área de Formas [m ²]			Combinações	RM2M1	FAVt
Pilar	Taxa de formas	Total de formas	Combinação 33	1,126(1,437)	1,268(1,424)
13699	37,13%	36898	Combinação 37	1,223(1,433)	1,268(1,420)
Volume de Concreto [m ³]			Combinação 41	1,190(1,378)	1,183(1,364)
Pilar	Taxa de concreto	Total de concreto	Combinação 75	1,336(1,462)	1,268(1,452)
2251	34,96%	6438	Combinação 79	1,366(1,457)	1,268(1,446)
Taxa de Armadura [kg/m ³]: 82(98)			Combinação 83	1,202(1,393)	1,268(1,378)

Assim como antes, no modelo MOD0111, os valores totais de consumo de concreto e formas apresentados na Tabela 25, incluem as quantidades das cintas e dos blocos de coroamento das estacas, elementos não considerados no modelo de referência MOD0200. É possível, no entanto, tal com antes, comparar as quantidades de volume de concreto dos pilares entre os modelos; No modelo MOD0200 o volume de concreto dos pilares foi de 1447 metros cúbicos, enquanto o modelo MOD0205 apresentou uma quantidade de 2251 metros cúbicos, um acréscimo percentual de 55,56% no volume de concreto dos pilares, além do acréscimo no volume de vigas, sendo estas necessárias para obter o coeficiente de instabilidade γ_z menor que 1,3. Tanto no modelo MOD0111 com o no modelo MOD0205, observou-se uma redução da taxa de armadura dos pilares.

Novamente, a título de comparação, a Figura 65 mostra a planta baixa do pavimento tipo do modelo MOD0205, com destaque para as seções transversais dos pilares adotados para este modelo. Novamente aqui, a planta foi girada em 90° para que coubesse adequadamente na página. A planta baixa do pavimento tipo do modelo de referência MOD0200 é mostrada na Figura 64.

Figura 65 - Planta baixa do pav. tipo - MOD0205
Fonte: Autor



PLANTA BAIXA-PAV. TIPO-MOD0205

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

5.1 CONCLUSÕES

O objetivo deste trabalho foi estudar e analisar os principais conceitos teóricos a respeito da estabilidade global de edifícios de concreto, particularmente edifícios formados por lajes lisas, isto é, sem vigas. Com a utilização do programa de análise estrutural CAD/TQS, foi possível analisar a influência de alguns dos critérios e parâmetros de modelagem mais relevantes para a estabilidade global das edificações consideradas.

De fato, a ausência de vigas nestas edificações altas e esbeltas, torna a estabilidade global o ponto crítico para o dimensionamento de tais estruturas. Na prática as dimensões das seções transversais dos pilares são justificadas, não mais pela necessidade de se dimensionar um lance isolado de pilar com uma taxa da armadura razoável, ou evitando o esmagamento do concreto trabalhando com uma tensão dentro dos limites normativos. Ocorre que, para se respeitar as limitações impostas pelas indicações normativas, no que diz respeito aos deslocamentos laterais, e aos coeficientes de estabilidade, como o G_{ama} , é necessário trabalhar com pilares de seções transversais consideráveis, que acabam por apresentar tensões últimas e de serviço baixas (nos andares superiores) a moderadas (nos andares inferiores), sem maiores dificuldades para o dimensionamento dos lances isolados e locação das armaduras.

Tal fato é ainda mais proeminente, quando se dimensiona uma edificação de múltiplos andares formada por lajes lisas, sem considerar a rigidez à flexão transversal das mesmas, assumindo-as simplesmente como diafragmas totalmente flexíveis fora do seu plano. De fato, para edificações esbeltas como as adotadas neste trabalho, não considerar a rigidez à flexão transversal das lajes levaria a grandes dificuldades para se manter a estrutura dentro dos limites de deslocabilidade prescritos na ABNT NBR 6118:2014, como visto nos modelos MOD0109 e MOD0203, pois seriam necessários pilares razoavelmente robustos que

dificultariam a compatibilização com qualquer *layout* arquitetônico, além do consumo e dos custos dos insumos necessários.

Os resultados apresentados respaldam a tese de que, a consideração da rigidez à flexão transversal das lajes influencia significativamente na estabilidade de edifícios de concreto, particularmente no caso de edifícios com sistema de lajes lisas, como cogumelo ou protendidas. Desconsiderar tal rigidez levar-se-ia a sérias dificuldades para se garantir a estabilidade das estruturas, os limites de deslocamento horizontal, além de razoáveis acréscimos de insumos construtivos.

Partindo-se do entendimento de que a rigidez à flexão transversal das lajes influencia na estabilidade global, buscou-se avaliar o ganho que se obteria na estabilidade ao se aumentar esta rigidez. Para tanto, aumentou-se a espessura das lajes lisas de 18 centímetros do modelo de referência MOD0100 para 20 centímetros no MOD0104, onde se constatou que o aumento da espessura acaba por contribuir para a estabilização da estrutura a despeito do acréscimo de carga vertical (aumento do peso próprio).

Os modelos propostos foram todos idealizados considerando um vão entre pilares e uma espessura para as lajes, de maneira que estas fossem protendidas. Tendo em mente que, as lajes protendidas dispõem de armaduras passivas e ativas, e que o nível de fissuração destas lajes é menor que o das lajes convencionais de concreto armado, propõe-se alterar o coeficiente que simula a não linearidade física (NLF) das lajes para 0,5, ao invés dos 0,3 previstos na ABNT NBR 6118:2014, além de adotar para as poucas vigas presentes no modelo um coeficiente de NLF igual a 0,7 ao invés dos 0,4 previstos na referida norma, por ser este o valor indicado na versão de 2007 da mesma ABNT NBR 6118, quando se assumia que os pilares e vigas formavam o sistema de contraventamento da estrutura. Como visto nos modelos MOD107 e MOD202, a adoção deste critério levou a um significativo enrijecimento da estrutura, reduzindo os valores dos deslocamentos horizontais e de todos os coeficientes de instabilidade calculados, mostrando novamente a significativa contribuição que a rigidez à flexão transversal das lajes proporciona à estabilização da estrutura.

Em outra tentativa de se enrijecer a estrutura, propõe-se aumentar a espessura do núcleo rígido do edifício. Os resultados desta análise foram apresentados nas Tabela 12 - Resultado do modelo MOD0105 e Tabela 21 - Resultado do modelo MOD0201. Observou-se que, no caso do modelo da primeira série de edifícios (com esbeltez de $H/4$), a contribuição de rigidez do núcleo à rigidez global da estrutura foi mais significativa que para o modelo da segunda série. Isto porque, com o aumento do número de pavimentos, que levou a um aumento das seções transversais de todos os pilares, além da consideração da rigidez à flexão transversal das lajes, a parcela de contribuição do núcleo para a rigidez global da estrutura diminuiu. Estes resultados reforçam a tese de que todos os elementos estruturais presentes em uma edificação fazem parte de seu sistema de contraventamento, contribuindo para a rigidez global da estrutura proporcionalmente a sua rigidez própria. A ideia de elementos de contraventamento e elementos contraventados, deveria ser deixada de lado, principalmente quando se atenta para o aumento da capacidade de processamento dos atuais computadores e a disponibilidade de programas de análise estrutural existentes no mercado. Análises de estabilidade global simplificadas, considerando somente alguns dos elementos estruturais como responsáveis pela estabilização da estrutura, poderiam levar a estruturas mais custosas e eventualmente superdimensionadas.

Finalmente, os resultados dos modelos onde é considerada a Iteração Solo-Estrutura (ISE) para a análise e verificação da estabilidade global, denunciam a influência e relevância desta premissa de cálculo para o dimensionamento da estrutura. Deve-se ressaltar que, diferente da rigidez à flexão transversal, não considerada a ISE no dimensionamento da estrutura poderia levar a resultados não conservadores, ou em outras palavras, resultados contra a segurança, e em casos específicos, os esforços utilizados para o dimensionamento dos elementos estruturais poderia ser significativamente diferentes dos que ocorrem na prática. No entanto, ainda mais preocupante é a previsão otimista dos deslocamentos horizontais, que se obtém ao considerar o pórtico espacial engastado na fundação, em detrimento de uma análise mais refinada e que simula melhor a realidade. Ressalta-se ainda que, por mais rígido que sejam os elementos de fundação e o próprio solo que envolve e interage com estes, na prática, a estrutura dos edifícios sempre está assentada em um substrato flexível, e a análise e verificação dos

efeitos da ISE deveriam ser levados em consideração, ao menos nos casos de edifícios altos e esbeltos.

Embora o número de exemplos analisados neste trabalho seja pequeno, e medições em campo sejam interessantes e necessárias para validar o programa e respaldar as conclusões, recomenda-se fortemente que o ISE não deixe de ser considerado, principalmente em edificações cuja estabilidade global seja notadamente um ponto crítico.

5.2 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Sugere-se por fim, como tema para pesquisas futuras a realização de experimentos laboratoriais e de modelagem computacional que permitam a determinação de um coeficiente que simule a não linearidade física das lajes protendidas de maneira criteriosa. Tendo em vista que, qualquer acréscimo considerado na rigidez efetiva das lajes, contribuirá para a estabilização da estrutura, podendo levar a uma economia de materiais. Com respeito às lajes protendidas, propõe-se também um estudo detalhado da rigidez da ligação entre as lajes e os pilares. Esta região apresenta normalmente uma taxa de armadura maior que nas demais regiões das lajes. Ademais, deve-se lembrar de que, as lajes protendidas estão permanentemente sujeitas a esforços axiais internos (efeitos da protensão), que levam o concreto a apresentar um estado de compressão biaxial (plano) ou triaxial de tensões, elevando sua capacidade resistente, reduzindo consequentemente seu nível de fissuração.

Quanto à interação solo-estrutura, um número maior de exemplos deveria ser estudado. Utilizando-se de programas com métodos mais elaborados e robustos para a determinação dos deslocamentos verticais (equações de Mindlin e o método de Streinbrenner, por exemplo) e horizontais (solução de Hetényi, por exemplo), como o método dos elementos finitos para simular o solo e a presença das estacas. Eventualmente a utilização de elementos de contato para analisar a transferência de carga da estaca para o solo. Adicionalmente, seria essencial a coleta de dados em campo para análise e validação de qualquer programa computacional, independentem

da metodologia de cálculo adotada. A consideração do efeito construtivo, que considera o nivelamento dos pavimentos em cada ciclo de concretagem e o aumento de rigidez e carregamento de maneira gradual, deveria contribuir para uma análise mais realista e a obtenção de recalques para próximos dos resultados de campo.

Propõem-se ainda, a análise de um sistema construtivo alternativo, formado por lajes nervuradas reforçadas por vigas faixas protendidas. Baseado nos resultados dos modelos analisados presume-se que, com a redução do peso próprio das lajes nervuradas, associada à rigidez de vigas faixas protendidas ligando todos os pilares em ambas as direções, seria possível elaborar um modelo otimizado, no que diz respeito à estabilidade global, isto é, uma edificação mais leve e ao mesmo tempo mais rígida nos trechos mais necessários.

6 REFERÊNCIAS E BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

ALONSO, U. R. Exercícios de Fundações. 2ª. ed. São Paulo: Blucher, 2010.

ARAÚJO, J. M. Curso de Concreto Armado. 2ª. ed. Cidade Nova: Editora Dunas, v. I, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1980). Cargas para o cálculo de estruturas de edificações, NBR6120, Rio de Janeiro, RJ.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1988). Forças devido ao vento em edificações, NBR6123, Rio de Janeiro, RJ.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2003). Ações e segurança nas estruturas - Procedimentos, NBR8681, Rio de Janeiro, RJ.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2007). Projeto de estruturas de concreto - Procedimentos, NBR6118. Rio de Janeiro, RJ.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2008). Fios de aço para estruturas de concreto protendido - Especificações, NBR7482. Rio de Janeiro, RJ.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2014). Projeto de estruturas de concreto - Procedimentos, (2014). Rio de Janeiro, RJ.

ALMEIDA, V. S.; COVAS, N. (2006). SISTEMA DE INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA: SISE/TQS. In: CILAMCE XXVII - Iberian Latin American Congress On Computational Methods In Engineering. Belem, PA.

BUENO, M. M. E. (2009). Avaliação dos parâmetros de instabilidade global em estruturas de concreto armado. Dissertação de Mestrado. Universidade de Brasília, Brasília, DF.

BUENO, M. M. E. (2014). Estudo de Valores Aproximados de Rigidez Equivalente para Vigas e Pilares para Análises Não-Lineares Globais em Estruturas de Concreto

Armado de Pequeno Porte, Tese de Doutorado, Universidade de Brasília, BRASÍLIA, DF.

CARMO, R. M. D. S. (1995). Efeitos de Segunda Ordem em Edifícios Usuais de Concreto Armado, Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP.

CHING, F. D. K.; ONOUYE, B. S.; ZUBERBUHLER, D. (2009). Building Structures illustrated, ed. John Wiley & Sons. New Jersey, EUA.

CINTRA, J. C. A.; AOKI, N. (2010). Fundações por Estacas - Projeto Geotécnico. Ed. Oficina de Textos. São Paulo, SP.

EMERICK, A. A. (2005). Projeto e Execução de Lajes Protendidas. Ed. Interciência. Rio de Janeiro, RJ.

FEITOSA, L. A.; ALVES, E. C. (2015). Study of Global Stability of Tall Buildings with Prestressed Slabs (2015). In: Revista IBRACON DE ESTRUTURAS E MATERIAIS, vol. 8, pag. 196-224, April 2015. São Paulo, SP.

FÉODOSIEV, V. I. (1977). Resistência dos Materiais. Ed. Lopes da Silva. Porto, PT.

FERREIRA, W. G.; SILVEIRA, R. A. D. M.; NETO, A. B. (2006). Conceitos e Terminologias da Estabilidade Estrutural. Conceitos e Terminologias da Estabilidade Estrutural. Vitória, ES.

FRANÇA, L. E. S. R.; DE VASCONCELOS, A. C. (1997). Um Método Simplificado e muito Preciso para Avaliação dos Momentos de Segunda Ordem em Edifícios Altos Usuais. Instituto de Engenharia, Coletânea de trabalhos sobre estabilidade global e local das estruturas de edifícios, São Paulo, SP.

FRANCO, M. (1985). Problemas de Estabilidade nos Edifícios de Concreto Armado. Instituto de Engenharia, Coletânea de trabalhos sobre estabilidade global e local das estruturas de edifícios, São Paulo, SP.

FRANCO, M. (1995). Instabilidade Local e Global dos Edifícios Altos de Concreto Armado. INTERNACIONAL ASSOCIATION FOR SHELL AND SPATIAL STRUCTURES, Junho 1995. Milão, IT.

FRANCO, M.; VASCONCELOS, A. C. D. (1991). Avaliação Prática dos Efeitos de 2ª Ordem em Edifícios Altos. Colloquium on the CEB-FIP MC 90, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ.

FUSCO, P. B. (1976). Estruturas de concreto: Fundamentos do projeto estrutural. Ed. McGraw Hill. São Paulo, SP.

FUSCO, P. B. (1981). Estruturas de concreto. Solicitações Normais. Ed. Guanabara . Rio de Janeiro, RJ.

GUSMÃO, A. D. (1990). Estudo da Iteração Solo-Estrutura e sua influências em recalques de edificações. Dissertação de mestrado. COPPE/UFRJ. Rio de Janeiro, RJ.

JORDÃO, D. R. (2003). Estabilidade global de edifícios sobre fundações profundas, considerando a interação estrutura-solo. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, SP.

KIMURA, A. (2007). Informática Aplicada em Estruturas de Concreto Armado. Ed. PINI. São Paulo, SP.

LEONHARDT, F. (1983). Construções de Concreto - 2ª Edição. Ed. Interciência. Rio de Janeiro, RJ.

MARTINS, C. H. (1998). Contribuição da rigidez transversal à flexão das lajes na distribuição dos esforços em estruturas de edifícios de andares múltiplos, em teoria de segunda ordem. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, SP.

MARTINS, C. H. (2001). Análise não linear de estruturas tridimensionais de edifícios de andares múltiplos com núcleos resistentes, considerando a rigidez transversal à

flexão das lajes. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, SP.

MATIAS, I. G. (1997). Análise não linear de estruturas tridimensionais de edifícios altos com núcleos resistentes sobre fundações flexíveis. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, SP.

MONCAYO, W. J. Z. (2011). Análise de segunda ordem global em edifícios com estrutura de concreto armado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, SP.

TIMOSHENKO, S. P. (1969). Resistência dos Materiais, 1ª Edição, Vol. I. Ed. Ao livro Técnico. Rio de Janeiro, RJ.

TIMOSHENKO, S. P. (1969). Resistência dos Materiais, 1ª Edição, Vol. II. Ed. Ao livro Técnico. Rio de Janeiro, RJ.

TQS INFORMÁTICA LTDA (2008). MANUAL SISE - SISTEMA DE INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA. São Paulo, SP.

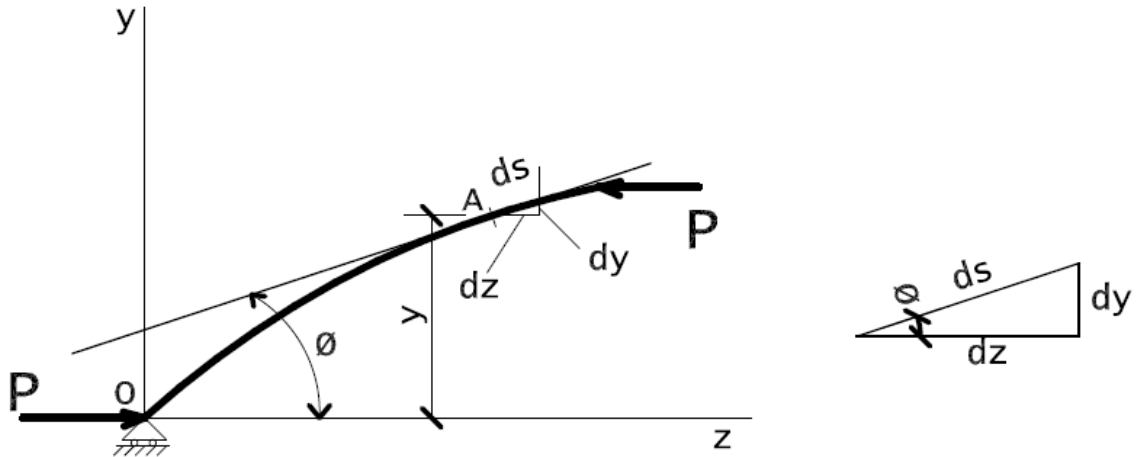
TQS INFORMÁTICA LTDA (2013). MANUAL PÓRTICO E GRELHA-TQS. São Paulo, SP.

VASCONCELOS, A. C. D. (1997). Origem dos Parâmetros de Estabilidade Alfa e Gama Z. Instituto de Engenharia, Coletânea de trabalhos sobre estabilidade global e local das estruturas de edifícios, São Paulo, SP.

ANEXO A

Dedução da equação (2.25):

Figura 66 - Barra flexível comprimida axialmente



Renumerando a equação (2.24):

$$\frac{d^2\phi}{ds^2} = -K^2 \frac{dy}{ds} \quad (6.1)$$

Da Figura 9, obtém-se a relação:

$$\text{sen } \phi = \frac{dy}{ds} \quad (6.2)$$

Assim,

$$\frac{d^2\phi}{ds^2} = -K^2 \frac{dy}{ds} = -K^2 \text{sen } \phi$$

Lançando mão da relação trigonométrica $\text{sen}(2\alpha) = 2\text{sen}(\alpha)\cos(\alpha)$, elimina-se a variável y da expressão, obtendo:

$$\frac{d^2\phi}{ds^2} = -K^2 2\text{sen} \frac{\phi}{2} \cos \frac{\phi}{2}$$

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{d\phi}{ds} \right) = -K^2 2 \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\phi}{2}$$

Multiplicando ambos os lados da igualdade por $\left(2 \cdot \frac{d\phi}{ds} \cdot ds \right)$,

$$\left(2 \cdot \frac{d\phi}{ds} \cdot ds \right) \frac{d}{ds} \left(\frac{d\phi}{ds} \right) = -K^2 2 \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\phi}{2} \left(2 \cdot \frac{d\phi}{ds} \cdot ds \right)$$

Integrando,

$$\int 2 \cdot \frac{d\phi}{ds} \cdot \frac{d}{ds} \left(\frac{d\phi}{ds} \right) ds = \int -4K^2 \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\phi}{2} d\phi$$

$$\left(\frac{d\phi}{ds} \right)^2 = -4K^2 \left(\frac{-\cos \phi}{2} \right)$$

$$\left(\frac{d\phi}{ds} \right)^2 = 2K^2 \cos \phi$$

$$\left(\frac{d\phi}{ds} \right)^2 = 2K^2 \left[\cos^2 \left(\frac{\phi}{2} \right) - \sin^2 \left(\frac{\phi}{2} \right) \right]$$

$$\left(\frac{d\phi}{ds} \right)^2 = 2K^2 \left\{ \left[-\sin^2 \left(\frac{\phi}{2} \right) + 1 \right] - \sin^2 \left(\frac{\phi}{2} \right) \right\}$$

$$\left(\frac{d\phi}{ds} \right)^2 = 2K^2 \left[1 - 2 \sin^2 \left(\frac{\phi}{2} \right) \right]$$

$$\left(\frac{d\phi}{ds} \right)^2 = 4K^2 \left[\frac{1}{2} - \sin^2 \left(\frac{\phi}{2} \right) \right]$$

Seja m^2 uma constante arbitrária, neste caso, m^2 é igual a 0,5 (constantes de integração tomadas iguais à zero). Obtém-se assim a equação (2.25):

$$\left(\frac{d\phi}{ds} \right)^2 = 4K^2 \left[m^2 - \sin^2 \left(\frac{\phi}{2} \right) \right]$$

ANEXO B

Dedução da equação (2.28):

Derivando a equação (2.26) em relação à “s”, tem-se:

$$\begin{aligned}\frac{d}{ds} \left[\text{sen} \left(\frac{\phi}{2} \right) \right] &= \frac{d}{ds} [-m \text{sen}(\alpha)] \\ \cos \left(\frac{\phi}{2} \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{ds} (\phi) &= -m \cos \alpha \frac{d}{ds} (\alpha) \\ \frac{d\phi}{ds} &= \frac{-2m \cos \alpha \frac{d\alpha}{ds}}{\cos \frac{\phi}{2}} \\ \frac{d\phi}{ds} &= \frac{-2m \cos \alpha \frac{d\alpha}{ds}}{\sqrt{1 - \text{sen}^2 \frac{\phi}{2}}}\end{aligned}\tag{6.3}$$

Substituindo a equação (2.26), na equação (6.3), obtém-se:

$$\frac{d\phi}{ds} = \frac{-2m \cos \alpha \frac{d\alpha}{ds}}{\sqrt{1 - m^2 \text{sen}^2 \alpha}}\tag{6.4}$$

Igualando a equação (2.27) e (6.4), elimina-se a variável ϕ :

$$\begin{aligned}2Km \cos \alpha &= \frac{-2m \cos \alpha \frac{d\alpha}{ds}}{\sqrt{1 - m^2 \text{sen}^2 \alpha}} \\ Kds &= -\frac{d\alpha}{\sqrt{1 - m^2 \text{sen}^2 \alpha}}\end{aligned}\tag{6.5}$$

Integrando a equação (6.5), obtém-se a equação (2.28):

$$Ks = \int_{\alpha_0}^{\alpha} -\frac{d\alpha}{\sqrt{1 - m^2 \text{sen}^2 \alpha}}$$

ANEXO C

Para o caso particular de uma barra de seção retangular, o Módulo de Elasticidade Reduzido adotando-se como “e” a distância da linha neutra até o centro de gravidade, obtêm-se as equações:

$$E' \left(\frac{h}{2} + e \right)^2 = E \left(\frac{h}{2} - e \right)^2$$

$$I_1 = \frac{b \left(\frac{h}{2} + e \right)^3}{3}$$

$$I_2 = \frac{b \left(\frac{h}{2} - e \right)^3}{3}$$

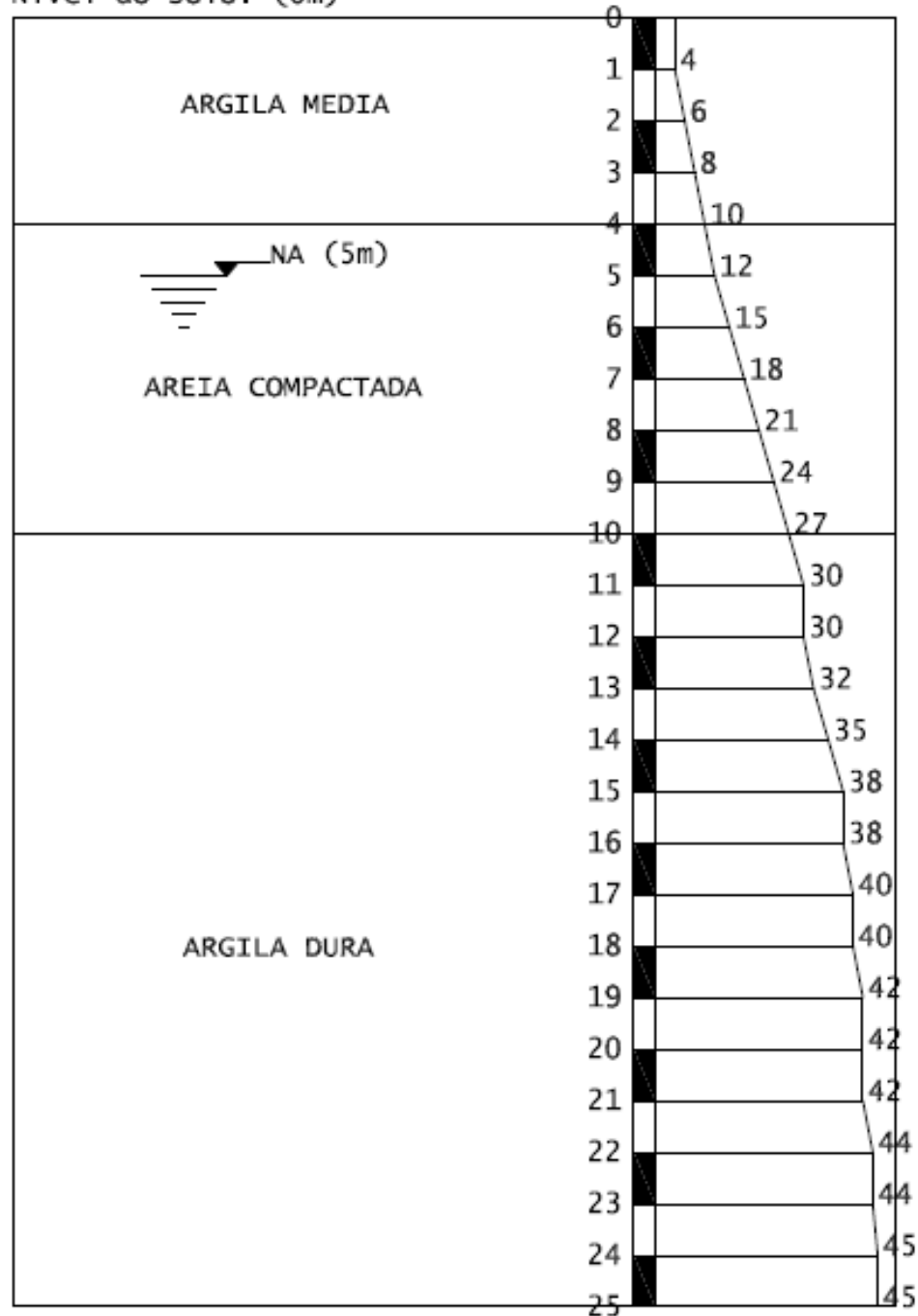
$$I = \frac{bh^3}{12}$$

ANEXO D

Perfis de sondagem utilizados nos modelos com a iteração Solo-Estrutura foram:

SONDAGEM 1

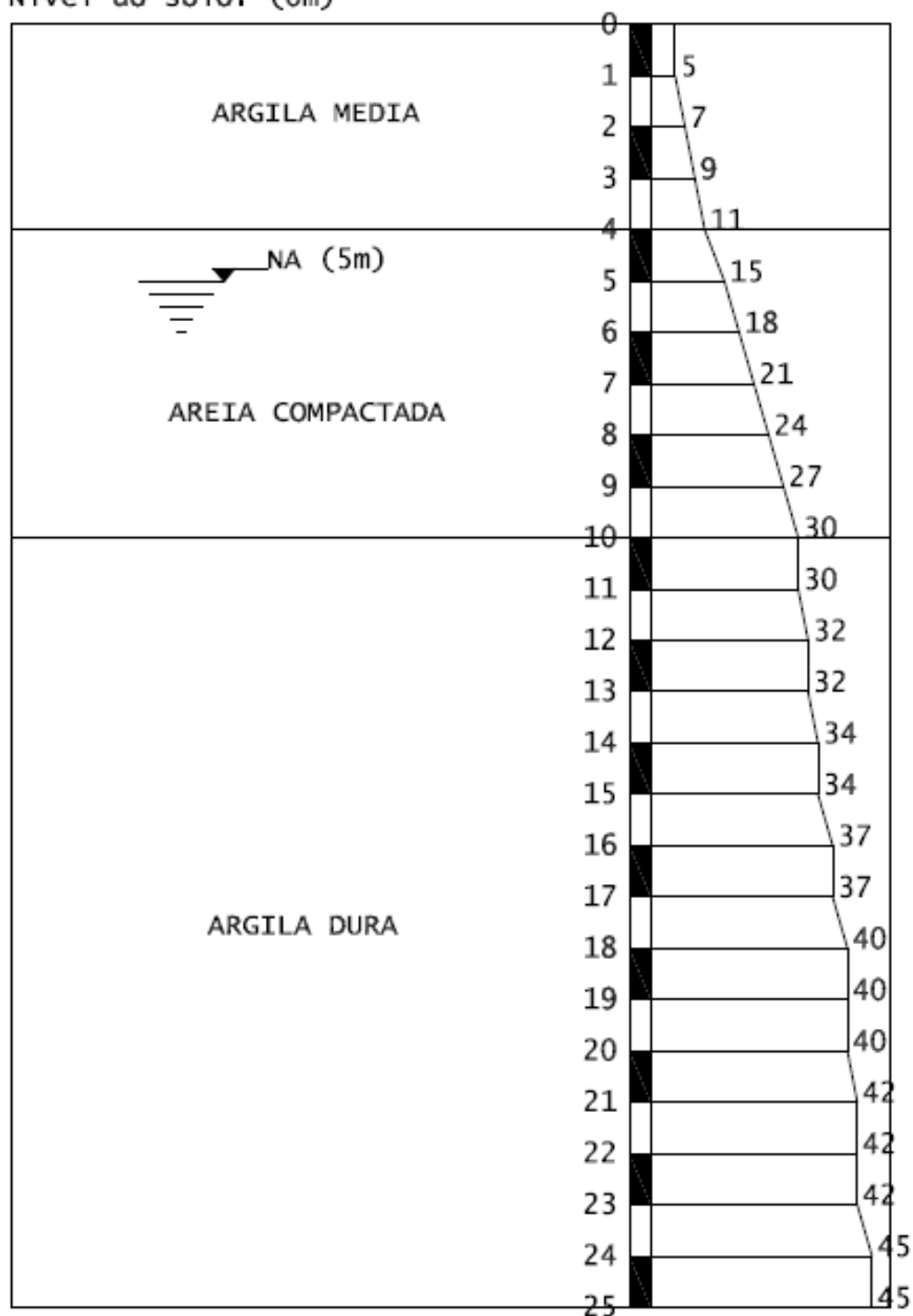
Nível do solo: (0m)



Indeolocável: (25m)

SONDAGEM 2

Nível do solo: (0m)



Indeslocável: (25m)